

REGIONE
TOSCANA



La griglia dei numeri
Scuola secondaria primo grado
Matematica
I.C. Petrarca Montevarchi (Ar)

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto
Rete Scuole LSS a.s. 2020/2021

Istituto Comprensivo
F. Petrarca Montevarchi (AR)

GRIGLIA DEI NUMERI

Classi 1C, 1E scuola secondaria di
primo grado

A.S. 2020/2021

Collocazione del percorso nel curricolo verticale

Il percorso che presentiamo è tratto da un lavoro di pre-algebra intitolato “Numbers Grids” proposto all’interno del Progetto Aral nel 2003 da Giancarlo Navarra e Antonella Giacomini (www.progettoaral.it/2016/01/15/aral-units/).

L’attività si è svolta in due **classi prime** dell’IC Petrarca (Montevarchi) che hanno lavorato in parallelo. Il percorso si è sviluppato nella seconda parte del **primo quadrimestre**, dopo il ripasso del calcolo con le quattro operazioni e il consolidamento delle proprietà e del lessico specifico. Argomenti questi che costituiscono i prerequisiti al percorso.

Obiettivi di apprendimento

- Ipotizzare soluzioni di fronte ad un problema e essere in grado di verificare tale ipotesi
- Analizzare più strategie risolutive
- Comunicare con un linguaggio specifico chiaro ed esauriente
- Trovare regolarità tra una serie di dati e saper generalizzare una relazione
- Riflettere sulle strategie adottate, motivare le proprie scelte, controllare il proprio operato rendendosi conto dei propri errori.
- Se guidato confrontare procedimenti diversi per raggiungere lo stesso obiettivo.
- Produrre semplici argomentazioni utilizzando le conoscenze teoriche acquisite
- Esporre le proprie idee con un linguaggio adeguato

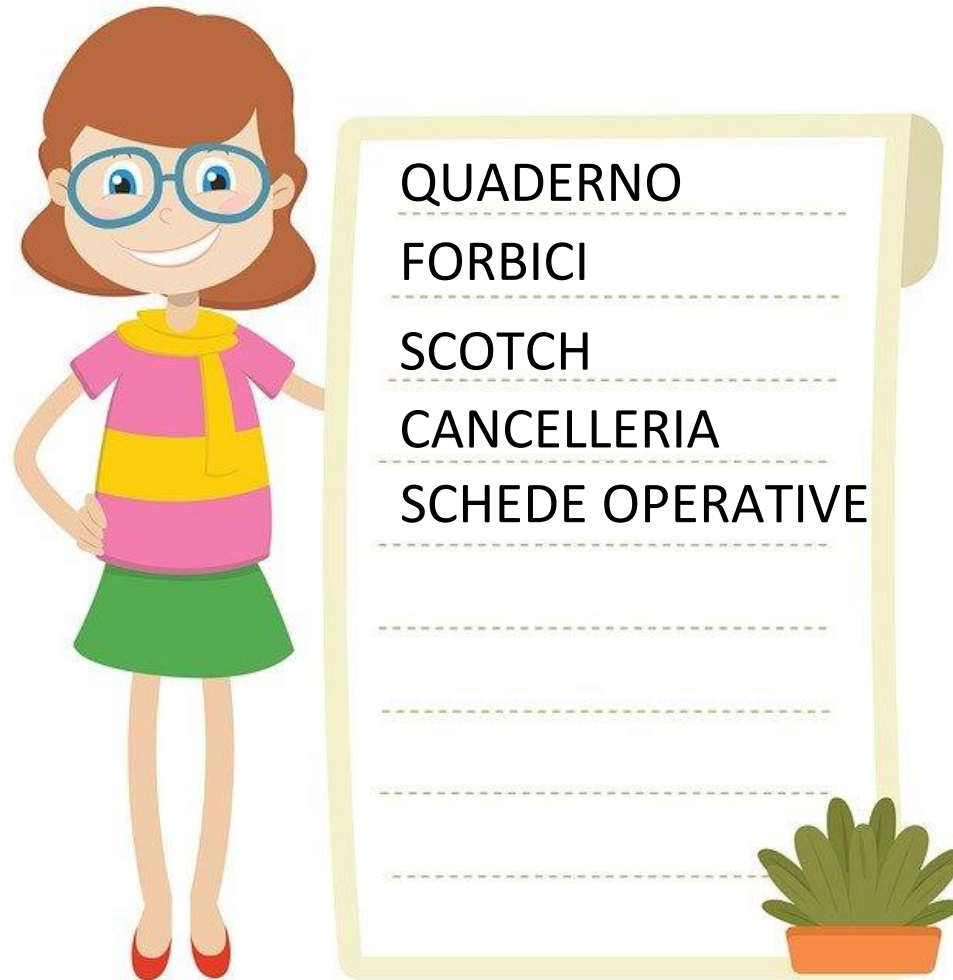
Metodologia

Le attività sono state svolte con l'utilizzo di una *metodologia di tipo laboratoriale*:

- gli alunni hanno ricevuto una scheda di lavoro con una griglia di numeri e, attraverso delle domande guida, hanno osservato alcune regolarità e ricavato proprietà e relazioni e definizioni.
- ad ogni alunno è stato chiesto di scrivere quanto osservato durante l'attività precedente per rielaborare a parole le regolarità trovate.
- quanto emerso singolarmente è stato condiviso con l'intera classe.
- sono state costruite in modo condiviso modellizzazioni e definizioni di quanto osservato

OGNI ATTIVITÀ E' STATA DOCUMENTATA CON CURA NEL QUADERNO

Materiali utilizzati



Ambiente utilizzato

Tutte le esperienze sono state effettuate all'interno delle proprie aule.



Tempo impiegato

- Progettazione nel gruppo LSS: **6 ore.**
- Progettazione specifica e dettagliata nelle classi e incontri con il gruppo: **10 ore.**
- Tempo necessario per lo sviluppo del percorso: durante il primo quadrimestre, per un totale di **15 ore.**
- Tempo per la documentazione: **10 ore.**

ORE TOTALI: 41 ore

Descrizione del percorso

Il lavoro, come già detto nella parte introduttiva, riprende un lavoro legato al progetto Aral. In particolar modo in questo percorso abbiamo cercato di costruire un traguardo matematico molto complesso. Nella nostra esperienza di insegnamento abbiamo spesso riscontrato come i ragazzi facciano fatica a trovare delle regolarità numeriche e ancor più difficile è per la maggior parte di loro generalizzare queste osservazione. Nel corso della nostra vita scolastica abbiamo capito come sia limitante relegare la parte algebrica del percorso matematico della scuola media esclusivamente al terzo anno di studi. Motivo per cui ci è sembrato importante iniziare dei percorsi pre-algebrici fin dalla prima media.

Il nostro percorso ha preso il via da delle semplici osservazioni di alcune griglie numeriche. I ragazzi hanno osservato le varie griglie in autonomia e alla fine abbiamo scritto collettivamente le osservazioni condivise della classe.

A passeggio sulla griglia

OSSERVA CON ATTENZIONE LA GRIGLIA SOTTOSTANTE

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

INCOLLA LA GRIGLIA NEL
TUO QUADERNO E SCRIVI
SOTTO DI ESSA TUTTE LE
OSSERVAZIONI

Un buon matematico è un buon osservatore.....dunque

RISPONDI ALLE SEGUENTI DOMANDE:

- Qual è il numero più piccolo e quale il numero più grande della griglia?
- Quante righe ci sono?
- Quante colonne?
- Cosa succede quando ci si sposta sulla griglia da sinistra a destra nella stessa riga?
- Cosa succede quando ci si sposta da destra a sinistra?
- Cosa succede quando ci si sposta dall'alto verso il basso in una stessa colonna?
- E dal basso verso l'alto?
- Cosa succede quando ci si sposta in diagonale dall'alto a sinistra verso il basso a destra?
- E dal basso a destra verso l'alto a sinistra?
- Cosa succede quando ci si sposta in diagonale dall'alto a destra verso il basso a sinistra?
- E dal basso a sinistra verso l'alto a destra?

A PASSEGGIO SULLA GRIGLIA
OSSERVA CON ATTENZIONE LA GRIGLIA SOTTOSTANTE

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

INCOLLA LA GRIGLIA NEL TUO QUADERNO E SCRIVI SOTTO DI ESSA TUTTE LE OSSERVAZIONI

1 Ogni numero delle colonne termina con il numero unitario, si aumenta
 2 Andando in obliquo si va a crescere o diminuire sempre di 1
 3 Si aumenta sempre di 1 andando avanti in orizzontale
 4 Ci sono numeri da 0 a 99

Alcune osservazioni dei ragazzi:

- *In ogni riga la cifra delle unità aumenta di uno*
- *E' una griglia 10x10*
- *Serve per contare*

- *In ogni colonna resta uguale la cifra delle unità e aumenta quelle delle decine*

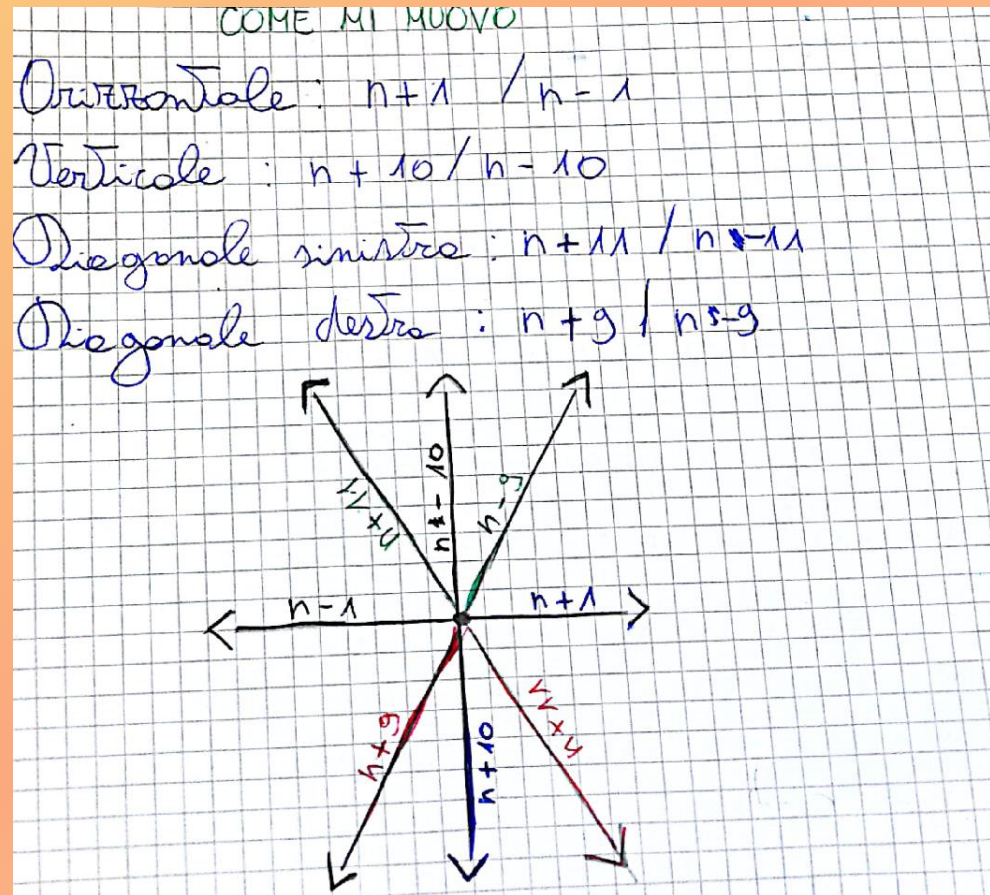
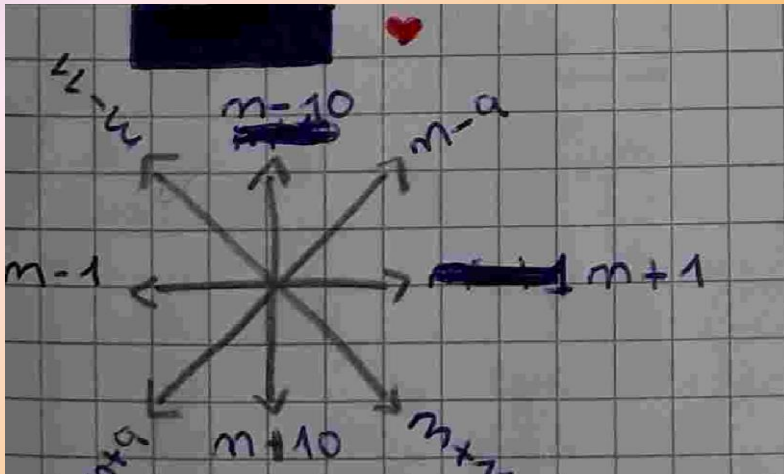
L'attività è stata seguita da tutti i ragazzi della classe, le osservazioni che hanno necessitato dell'intervento del docente sono state quelle che hanno riguardato i movimenti sulla griglia lungo le linee diagonali (+9 e -9 diagonale NE-SO, +11 e -11 diagonale NO- SE)

OSSERVAZIONI SULLA GRIGLIA CI TUTTA LA CLASSE

È un quadrato di $10 \cdot 10$ e contiene i numeri da 0 a 99

- Se mi muovo in orizzontale aggiungo sempre 1
- Se mi muovo in verticale verso il basso si aumenta di 10
- Se mi muovo sulla diagonale che da destra va a sinistra aggiungo 9
- Se mi muovo sulla diagonale che da sinistra va a destra aggiungo 10
- Nelle colonne rimane uguale la cifra delle unità
- Nelle righe rimane uguale la cifra delle decine
- Se io addiziono la 1^a riga con la 1^a colonna completo la tabella
- Serve per contare
- La diagonale da destra verso sinistra trova la tabellina del 9
- La diagonale da sinistra verso destra trova la tabellina dell'11
- Nella 1^a colonna trova la tabellina del 10
- Nella tabella ci sono multipli, divisori e numeri primi

Dopo le restituzione collettiva abbiamo chiesto ai ragazzi di utilizzare il parametro n per generalizzare tutti i movimenti sulla griglia. La maggior parte dei ragazzi ha disegnato la rosa dei movimenti in modo corretto. Ecco alcuni esempi:



A questo punto del nostro lavoro abbiamo svolto molti esercizi sui movimenti sulla griglia (10x10), in quanto se le osservazioni e le generalizzazioni dei movimenti sono stati un obiettivo raggiunto dalla maggior parte degli alunni, abbiamo riscontrato alcune criticità nello svolgimento di esercizi in cui si richiedeva di seguire dei percorsi sulla griglia.

MUOVERSI NELLA GRIGLIA

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

COME PUOI ARRIVARE DA 33 A 89?

Disegna sulla griglia tutti i percorsi che puoi fare , utilizzando colori diversi.

Descrivili sia a parole, sia utilizzando espressioni con i numeri

Ecco un esempio

L'obiettivo degli esercizi proposti è stato duplice, da un lato volevamo che i ragazzi fossero in grado di scrivere semplici espressioni con i numeri interi, in modo tale da ripassare anche l'ordine delle operazioni, dall'altra abbiamo chiesto loro di scrivere i percorsi in italiano, senza l'utilizzo dei simboli matematici, in modo da rafforzare l'uso della terminologia specifica.

$33 + 50 + 6 = 33 + 5 \cdot 10 + 6 = 89$
 $33 + 6 + 50 = 39 + 50 = 89$
 $33 + 56 = 89$
 $33 + 6 + 50 = 33 + 5 \cdot 10 + 6 = 89$

- A 33 aggiungo 50 poi aggiungo 6 e arrivo a 89
- A 33 aggiungo 6 poi 50 e arrivo a 89
- A 33 aggiungo 56 e arrivo a 89
- A 33 aggiungo 6 poi 50 e arrivo a 89

$33 + 50 + 6 = 33 + 5 \cdot 10 + 6$ Al numero trentatré aggiungo cinque volte dieci e poi sei
 $33 + 6 + 50 = 33 + 6 + 5 \cdot 10$ Al numero trentatré aggiungo sei e poi cinque volte dieci
 $33 + 56 = 33 + 9 \cdot 6$ Al numero trentatré aggiungo cinque volte undici
 $33 + \del{50} + 6 \rightarrow 30 + 6 + 20$ Al numero trentatré aggiungo tre volte dieci poi sei e poi due
 $33 + 11 + 4 + 40 + 1$ Al numero trentatré aggiungo undici poi quattro poi quattro volte dieci
 $33 + 40 + 5 + 10 + 1$ Al numero trentatré aggiungo quattro volte dieci poi cinque poi dieci
 $33 + 1 + 56$ Al numero trentatré aggiungo uno e poi cinque volte undici

MUOVERSI NELLA GRIGLIA

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

COME PUOI ARRIVARE DA 33 A 89?

Disegna sulla griglia tutti i percorsi che puoi fare, utilizzando colori diversi.

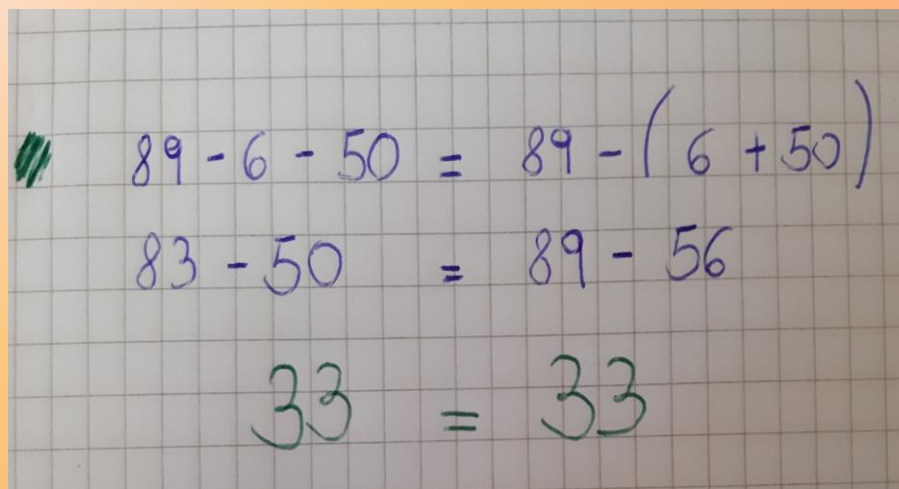
Descrivi sia a parole, sia utilizzando espressioni con i numeri.

Sempre nell'ottica di rafforzare gli esercizi di movimento sulla griglia una volta rappresentati i percorsi (sia attraverso espressioni numeriche, sia attraverso frasi) abbiamo chiesto ai ragazzi di scrivere il percorso inverso. In questo caso dovevano scrivere tutti i percorsi per arrivare dal 89 al 33.

Percorso inverso

- $89 - 6 - 50$ Al numero ottantanove sottraggo sei e poi cinque volte dieci
- $89 - 50 - 6$ Al numero ottantanove sottraggo cinque volte dieci e poi sei
- $89 - 56$ Al numero ottantanove sottraggo cinque volte undici
- $89 - 20 - 6 - 30$ Al numero ottantanove sottraggo ~~due~~ due volte dieci poi sei e
- $89 - 1 - 40 - 4 - 11$ Al numero ottantanove sottraggo uno poi quattro volte dieci poi quattro
- $89 - 1 - 10 - 5 - 40$ Al numero ottantanove sottraggo uno poi dieci poi cinque e quattro
- $89 - 56 - 1$ Al numero ottantanove sottraggo cinque volte undici e poi uno

Arrivati a questo punto alcuni alunni hanno osservato spontaneamente come sottrarre da un numero due quantità successive sia uguale a togliere da quel numero la somma di quelle quantità.



Handwritten mathematical equations on grid paper:

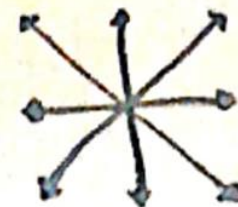
$$\begin{aligned} \# \quad 89 - 6 - 50 &= 89 - (6 + 50) \\ 83 - 50 &= 89 - 56 \\ 33 &= 33 \end{aligned}$$

Osservazioni come questa saranno sicuramente sfruttate per costruire le basi del calcolo algebrico. Spesso il «segno meno» davanti ad una parentesi viene eseguito come regola sterile, ma se i ragazzi sono abituati ad utilizzare correttamente la relazione di uguaglianza non avranno difficoltà a trasformare le addizioni e le sottrazioni in somma algebrica.

Cambio griglia

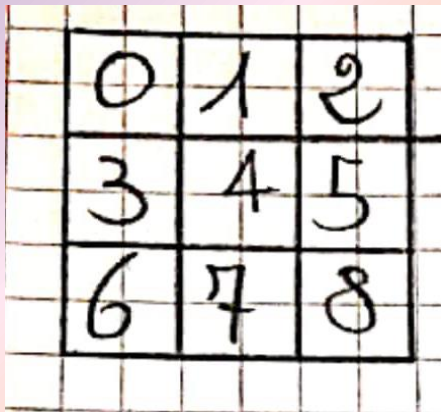
Dopo molte lezioni sulla griglia 10x10, abbiamo chiesto ai ragazzi di rappresentare griglie con dimensioni diverse e di scrivere le regole dei movimenti ed infine di scrivere la relazione generalizzata utilizzando il parametro n .

COME CAMBIA LA ROSA DEI MOVIMENTI



Realizza nel tuo quaderno delle griglie di diverse dimensioni (3x3, 4x4, 5x5, 6x6, 7x7) e per ognuna di esse, dopo aver trovato le regole da seguire per gli spostamenti, realizza la rosa dei movimenti

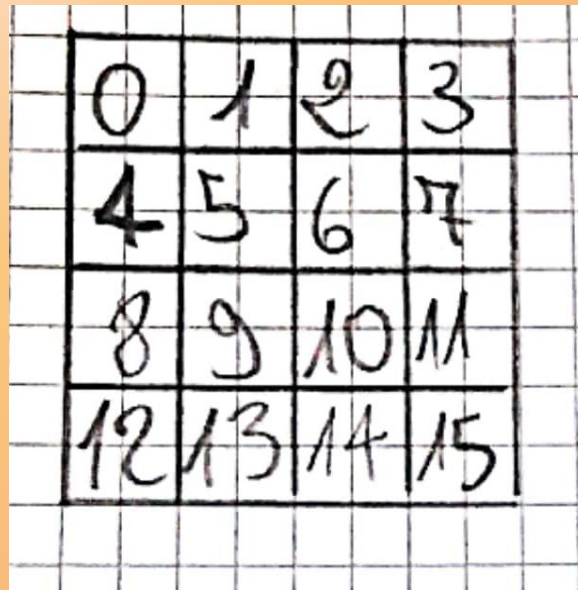
Ecco alcuni esempi



A 3x3 grid with numbers 0 through 8. The numbers are arranged in three rows and three columns, starting from 0 in the top-left corner and increasing by 1 in each cell, ending with 8 in the bottom-right corner.

0	1	2
3	4	5
6	7	8

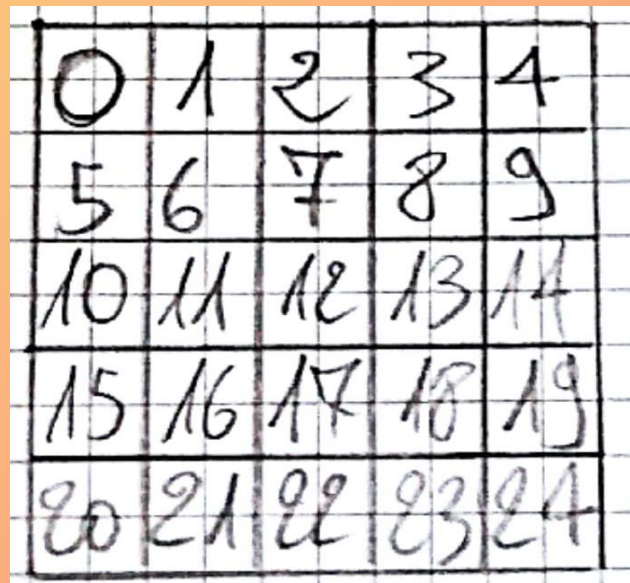
Griglia 3x3



A 4x4 grid with numbers 0 through 15. The numbers are arranged in four rows and four columns, starting from 0 in the top-left corner and increasing by 1 in each cell, ending with 15 in the bottom-right corner.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

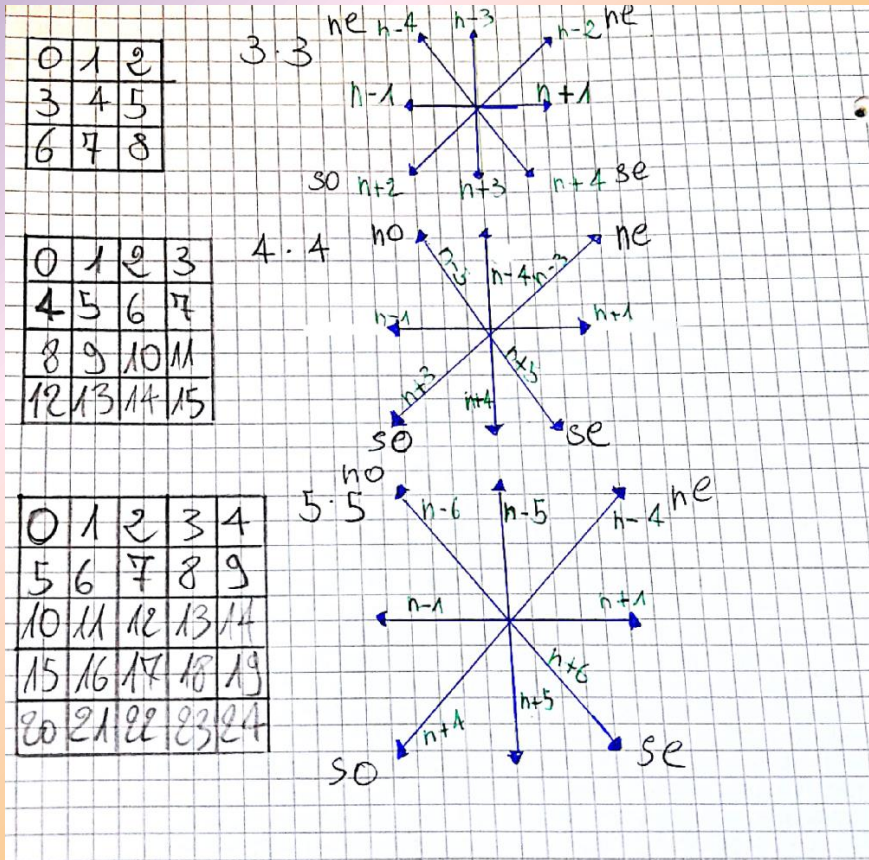
Griglia 4x4



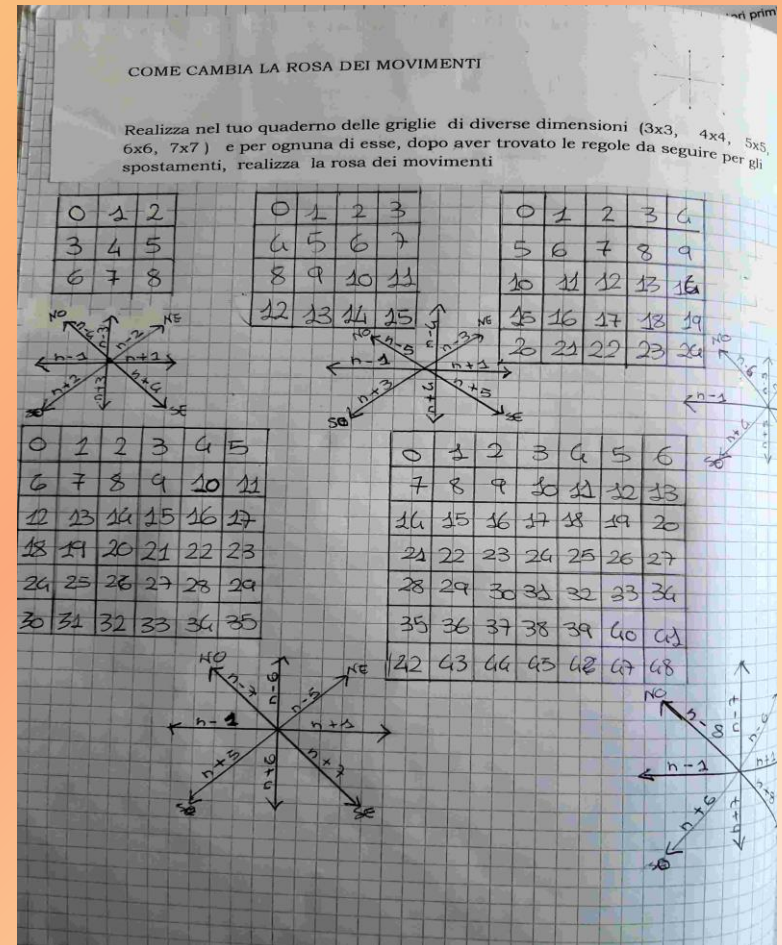
A 5x5 grid with numbers 0 through 24. The numbers are arranged in five rows and five columns, starting from 0 in the top-left corner and increasing by 1 in each cell, ending with 24 in the bottom-right corner.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24

Griglia 5x5

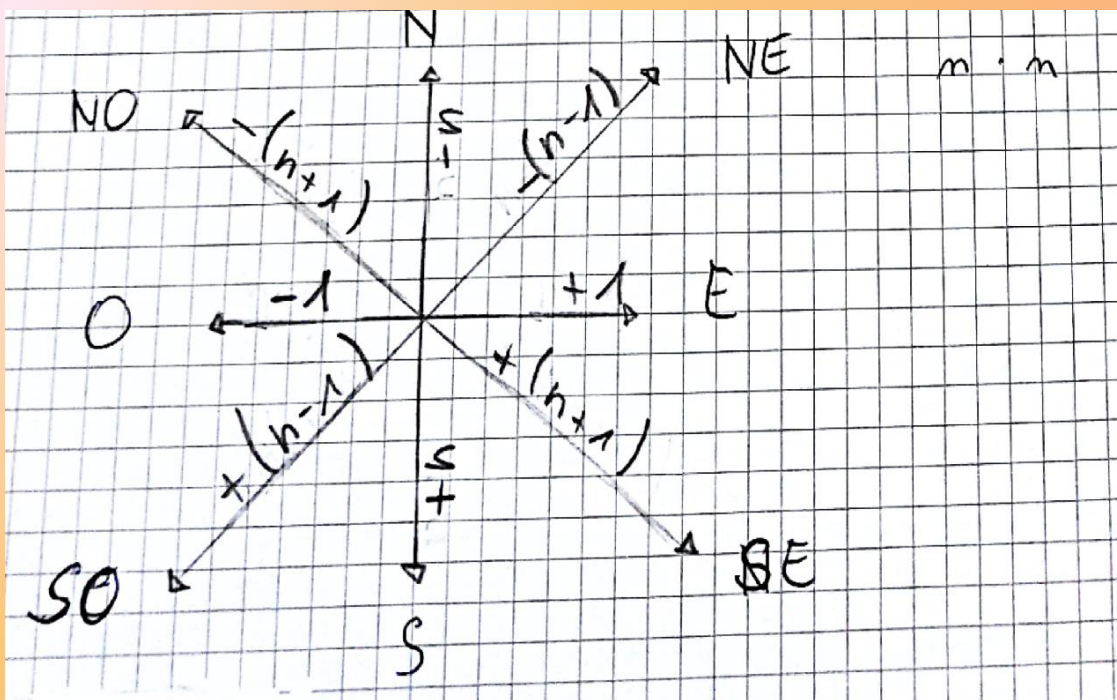


Come avvenuto precedentemente con la griglia 10x10 i ragazzi non hanno avuto difficoltà a trovare la rosa dei movimenti nelle varie situazioni.



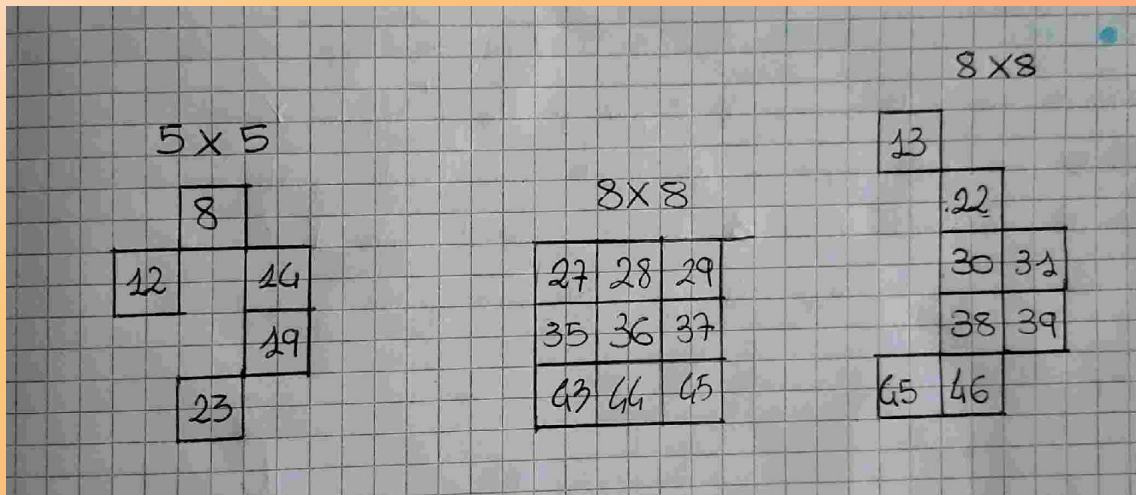
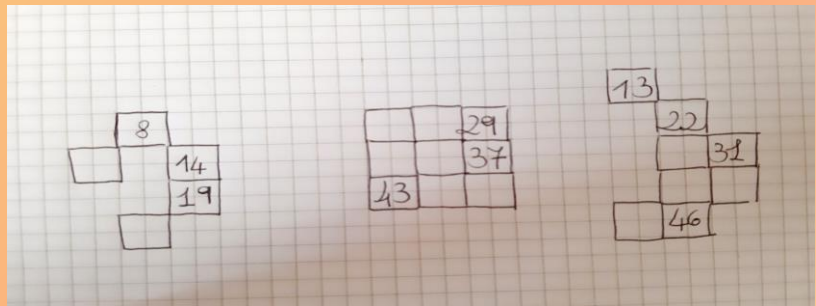
Come ultima richiesta abbiamo a questo punto chiesti ai ragazzi come potevo muovermi in una griglia $n \times n$.

È se mi muovessi nella griglia di dimensioni $n \cdot n$? Come faccio?



A questo punto del percorso gli alunni hanno scritto senza difficoltà la rosa dei movimenti in una griglia generica $n \times n$.

Come già fatto in precedenza, a questo punto dell'attività sono stati necessari diversi momenti di esercizio per rafforzare i contenuti acquisiti. In quest'ottica sono stati proposti esercizi con parti di griglie e i ragazzi hanno dovuto completare con i numeri mancanti oltre ad indicare la griglia di appartenenza.



Il contapassi

La parte finale della nostra attività ci ha portato di nuovo a lavorare sulla griglia 10x10. Questa volta è stato chiesto ai ragazzi di confrontare i vari percorsi per arrivare dal numero 22 al 66, dovendo contare le caselle necessarie per svolgere il percorso. Le diverse strade sono state rappresentate con colori diversi.

CONTAPASSI

Supponiamo di doverci spostare dal numero 22 al numero 66: disegna il maggior numero di percorsi possibile e confronta il numero di passi (caselle) che fai per arrivare a destinazione.

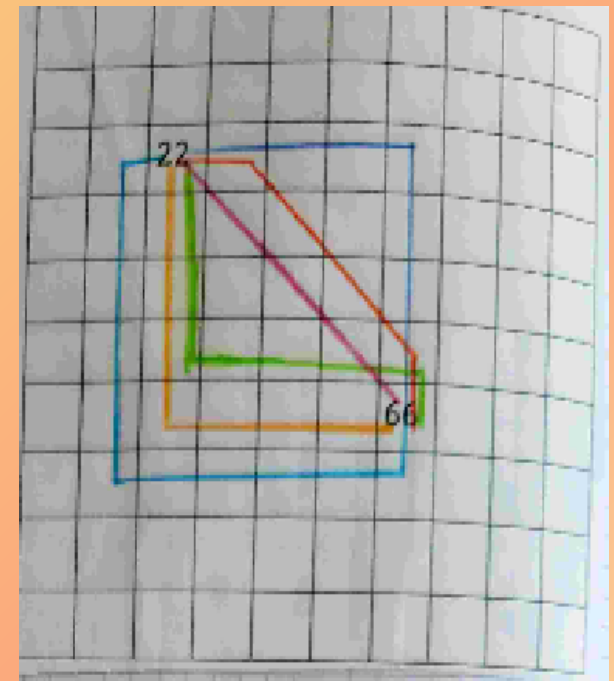
Tutti i percorsi si equivalgono?

Percorsi

Ecco alcune osservazioni

$22 + 4 \cdot 11 = 66$	4 caselle
$22 + 3 \cdot 10 + 4 + 10 = 66$	8 caselle
$22 + 4 \cdot 10 + 4 = 66$	8 caselle
$22 + 1 + 3 \cdot 11 + 10 = 66$	5 caselle
$22 + 4 + 4 \cdot 10 = 66$	8 caselle
$22 - 1 + 5 \cdot 10 + 5 - 10 = 66$	12 caselle

Il percorso rosa occupa meno caselle di tutti
Il percorso celeste occupa più caselle di tutti
I percorsi giallo, blu e arancione sono equivalenti

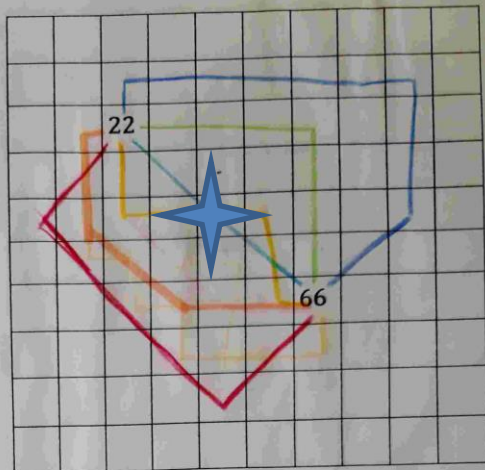


Come si vede in questo esempio molti alunni hanno individuato nel percorso diagonale il percorso più breve, contando le caselle (in questo caso il percorso rosa «misurerebbe 4 caselle»)

CONTAPASSI

Supponiamo di doverci spostare dal numero 22 al numero 66: disegna il maggior numero di percorsi possibile e confronta il numero di passi (caselle) che fai per arrivare a destinazione.

Tutti i percorsi si equivalgono?



Se il passo è uguale al lato di un quadratino, perché non ci possiamo spostare in diagonale?

Dimostrazione con compasso o con sovrapposizione che la diagonale del quadrato è più lunga del lato

$$\begin{aligned} 22 + 4 + 40 &= 8 \text{ PASSI} \\ 26 + 40 &= 66 \end{aligned}$$

$$22 + 44 = 66 \quad 4 \text{ PASSI}$$

$$\begin{aligned} 22 + 18 + 44 - 18 &= 8 \text{ PASSI} \\ 40 + 44 - 18 & \\ 84 - 18 &= 66 \end{aligned}$$

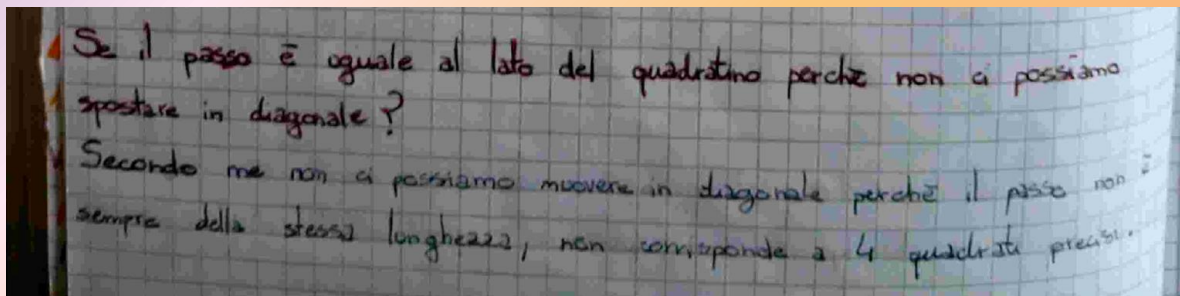
$$\begin{aligned} 22 - 10 + 6 + 30 + 18 &= 12 \text{ PASSI} \\ 12 + 36 + 18 & \\ 48 + 18 &= 66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22 - 1 + 20 + 22 + 3 &= 8 \text{ PASSI} \\ 21 + 42 + 3 & \\ 63 + 3 &= 66 \end{aligned}$$

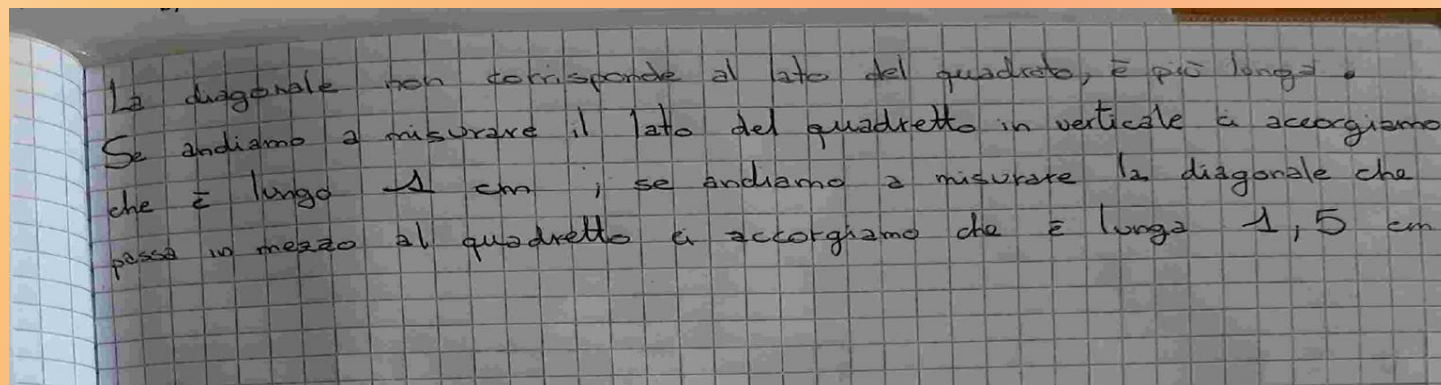
$$\begin{aligned} 22 + 20 + 3 + 20 + 1 &= 8 \text{ PASSI} \\ 42 + 23 + 1 & \\ 65 + 1 &= 66 \end{aligned}$$

il percorso più lungo è quello giallo, invece quello più corto in azzurro.

A questo punto visto i numerosi errori da parte di molti alunni è stato chiesto di misurare la diagonale del quadratino che formava la griglia e di confrontarla con il lato del quadrato.



Se il passo è uguale al lato del quadratino perché non ci possiamo spostare in diagonale?
Secondo me non ci possiamo muovere in diagonale perché il passo non è sempre della stessa lunghezza, non corrisponde a 4 quadratini precisi.



La diagonale non corrisponde al lato del quadrato, è più lunga.
Se andiamo a misurare il lato del quadretto in verticale ci accorgiamo che è lungo 1 cm; se andiamo a misurare la diagonale che passa in mezzo al quadretto ci accorgiamo che è lunga 1,5 cm

Come si vede alcuni ragazzi si sono resi conto che il passo della griglia (orizzontale o verticale) non è confrontabile con il passo in diagonale, in quanto hanno delle misure differenti.

Valutazione del percorso

La valutazione dell'efficacia delle attività proposte è stata fatta utilizzando sia l'osservazione sistematica durante lo svolgimento del lavoro sia attraverso prove di verifica.

Tipologie di verifiche

- Verifiche in itinere analizzando il lavoro fatto dagli alunni sul quaderno.
- Verifica finale strutturata.

La verifica finale del percorso.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

1) Parti dal numero 18 e arriva all'83.
Segna tre diversi percorsi nella
griglia dei numeri. Scrivi i tre percorsi
utilizzando sia le espressioni
numeriche che le frasi.

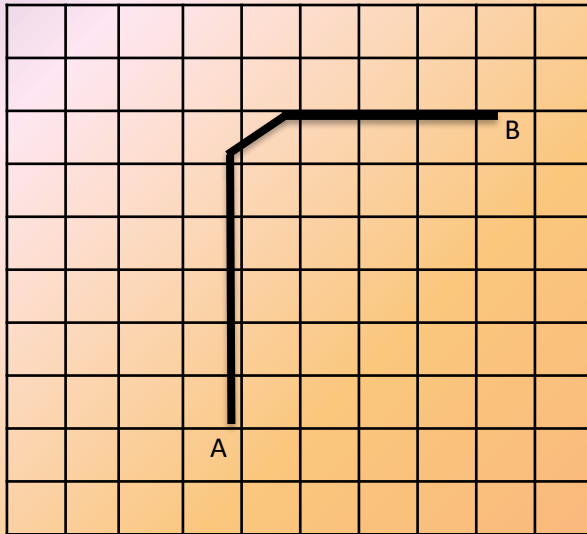
2) Rappresenta sulla griglia il percorso:

$$92 + 2 - 3 \cdot 9 - 3 \cdot 10 - 3 =$$

Poi scrivi anche l'espressione numerica
che rappresenta il percorso inverso.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3) Scrivi le espressioni numeriche che ti permettono di arrivare da A a B.



4) " Togliere delle quantità ad un numero equivale a togliere la somma di quei numeri"

Spiega con degli esempi il significato di questa frase.

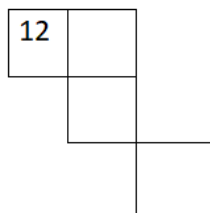
5) Sara e Marco stanno giocando sulla griglia 10x10. Sara dice: " Per andare da 34 a 67 il percorso più breve è muoversi di 3 caselle sulla diagonale SE (sud – est) ". Marco dice: " Non è corretto! Il percorso più breve è di 3 caselle a destra e poi 3 caselle in basso. Così percorrerai 6 passi in totale."

Che dei due ha ragione? Motiva con esempi e calcoli la tua risposta!

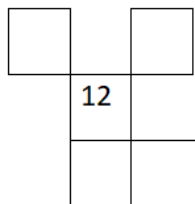
6) Costruisci una griglia 6x6 e rappresenta la rosa dei movimenti.

7) Completa le griglie.

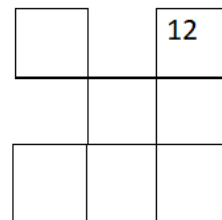
a) 8x8



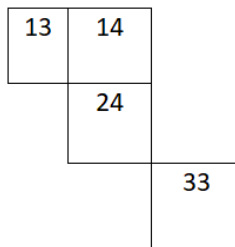
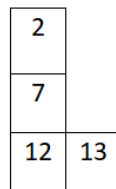
b) 5x5



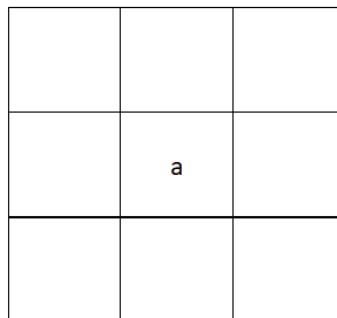
c) 7x7



8) Osserva le griglie e determina la griglia di appartenenza.



9) Completa la griglia $n \times n$.



Risultati ottenuti

L'esperienza è stata sicuramente positiva. I ragazzi hanno partecipato con interesse e motivazione costanti; ciascuno ha cercato di apportare il proprio contributo.

Hanno imparato l'importanza dell'ascolto reciproco per la realizzazione di un progetto comune. La richiesta di scrivere le osservazioni ha dimostrato di essere fondamentale per fissare i nuovi concetti e per poterli trasformare in nuovi apprendimenti. Inoltre la tematica scelta in questo progetto è stata la base di tutto il percorso algebrico del triennio.

Valutazione LSS

Come ogni anno il confronto del gruppo di lavoro è stato costante e proficuo. Gli insegnanti si sono periodicamente incontrati sia in verticale, nei tre ordini di scuola, sia tra classi parallele. Lo scambio tra i docenti, durante tutto il percorso è stato fondamentale per coordinare le attività e arricchire costantemente il lavoro già in progetto.