REGIONE TOSCANA

Laboratori del Sapere Scientifico

Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS

a.s. 2017/2018

Isoper...che?!

"...nulla accade nell'universo
che non faccia capo a qualche criterio
di massimo o di minimo..."

Eulero

PROBLEMI DI MASSIMO E MINIMO
DALLO SPAZIO AL PIANO

Prof.ssa Laura Aquiloni

Laboratorio pomeridiano a classi aperte (I-II-III)
Secondaria primo grado, IC Petrarca Montevarchi (AR)
a.s. 2017-2018

Collocazione nel Curricolo Verticale

- Il percorso affronta e approfondisce il tema dell'isoperimetria, spesso trattato in modo marginale nella programmazione ordinaria, con un approccio laboratoriale legato ad esperienze di realtà. Si è svolto durante il laboratorio pomeridiano di matematica in una classe aperta che accoglie alunni di età diversa e diverso livello di conoscenze/competenze. Il tema scelto ha permesso sia di **rafforzare** conoscenze di base su aree, perimetri e volumi sia **potenziare** la capacità di interpretare la realtà attraverso una lettura geometrica (forma/funzione). Lo sviluppo del percorso è stato condiviso e discusso con i colleghi negli incontri del gruppo LLS .
- Nell'ambito "**Spazio e figure**" il percorso lavora per lo sviluppo dei seguenti **traguardi:**
  a) rafforzare un atteggiamento positivo verso la matematica , capendo la sua utilità per operare nella realtà;
  b) descrivere e rappresentare forme geometriche e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo;
  c) consolidare conoscenze teoriche acquisite grazie a strumenti o a modelli ;
  d) confrontare procedimenti e usare formalizzazioni che consentano di passare da un problema specifico a una classe di problemi;
  e) Sostenere le proprie convinzioni nelle discussioni portando esempi e controesempi adeguati e argomentando con concatenazioni di affermazioni.

Obiettivi specifici di apprendimento

COMPETENZE

- Pensiero e ragionamento
- Argomentazione
- Comunicazione
- Modellizzazione
- Uso di sussidi e strumenti informatici

CONOSCENZE

- Concetto di isoperimetria nel piano e nello spazio
- Applicazioni dell'isoperimetria nella storia , nella natura e nella tecnologia

ABILITA'

- Risolvere problemi e individuare soluzioni ottimali utilizzando l'isoperimetria
- Riconoscere la funzione di un oggetto e metterla in relazione alla sua forma geometrica

Prerequisiti

- Riconoscere e saper nominare le principali figure piane e solide
- Conoscere il concetto di perimetro, area, volume
- Conoscere il metodo scientifico per la falsificazione delle ipotesi

DM 139/2007 Allegato 1 Gli assi culturali

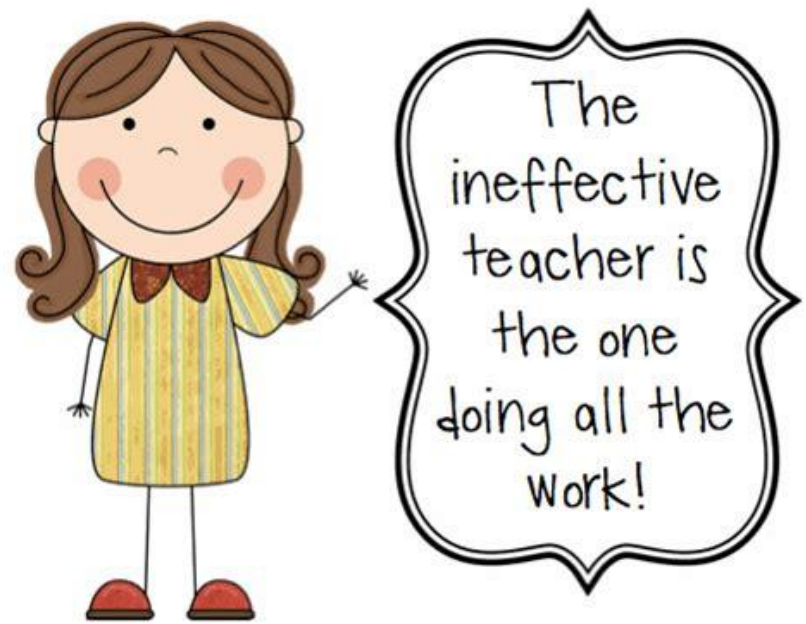
INDICAZIONI NAZIONALI per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione 2012

Approccio metodologico:

- Osservazione di situazioni problematiche
- Realizzazione esperienze
- Confronto su un problema condiviso
- Ricerca di esempi o applicazioni nella realtà

Ruolo dell'insegnante:

- propone situazioni problematiche
- stimola attraverso domande
- guida metodologica
- offre assistenza e consulenza



Materiali impiegati

- Materiali per soluzioni saponate: detersivo liquido per piatti - acqua – glicerina polvere o scaglie di sapone - acqua distillata – zucchero o miele – recipienti per contenerla
- Materiali per telai: spago - filo di ferro – cannucce
- Materiali per documentazione: quaderni, schede, foto, file multimediali
- LIM
- Free softwares: Open Office, GeoGebra
- Motori di ricerca: Google/Bing/Ecosia/Yippy (per la ricerca di informazioni), Giphy (per animare le presentazioni con GIF)

Ambiente di apprendimento

- Gli spazi scolastici (aula, laboratori, cortile) e le attrezzature tecnologiche sono utilizzate in modo flessibile.
- *Setting* d'aula: i banchi sono divisi in isole per favorire il lavoro di gruppo, la cattedra è utilizzata come piano di lavoro, il docente si muove tra i gruppi per favorire l'apprendimento in ottica costruttivista.

Tempo impiegato

- 6h confronto nel gruppo LLS (3 incontri da 2h)
- 2h progettazione e revisione progetto con il gruppo LLS (1 incontro da 2h)
- 4h realizzazione progetto con la classe (4 incontri da 1h)
- 10 h documentazione

TOTALE: 22 h

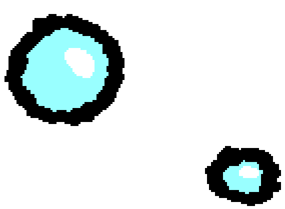
Il percorso in sintesi

LEZIONE	CONTENTUTO	METODOLOGIA	STRUMENTI
1 Che bolle	Osservazione bolle di sapone, formulazione ipotesi e loro falsificazione	Esperienza e osservazione, apprendimento per scoperta	Occorrente per bolle
2 Ora son problemi!	Relazione tra area e perimetro; problemi isoperimetrici; applicazioni della isoperimetria nel prendere decisioni	Attività di *problem solving*	LIM, lavagna, 36 tessere quadrate per gruppo, spago, geopiano, free softwares (*Geogebra*)
3 Isoperimetria sul piano	Due proprietà per l'isoperimetria; cerchio come figura isoperimetrica con area massima; la storia di Didone; applicazioni in natura e in tecnologia	Laboratorio di geometria dinamica; breve lezione partecipata; ricerca di esempi e applicazioni	LIM, lavagna, free softwares (*Geogebra, Open office*), motori di ricerca
4 Salto nello spazio	Isoperimetria nello spazio; le proprietà isoperimetriche nello spazio; la sfera come solido con volume massimo; a parità di superficie; applicazioni in natura e in tecnologia; breve verifica	Attività di *problem solving;* breve lezione partecipata; ricerca di esempi e applicazioni	Schede di lavoro, costruzione di 8 cubi per costruire poliedri, free softwares (*Geogebra, Open office),* motori di ricerca

FASE I : Che Bolle!!

Osservazione di bolle di sapone: la classe si è divertita a fare bolle di sapone nel cortile della scuola mentre erano stimolati a rispondere alla domanda:

“Perché le bolle hanno forma sferica?”



Ipotesi emerse:
Ip. 1 “secondo me dipende dal sapone” oppure
Ip. 2 “è la forma che si usa che da la forma alle bolle”, mentre la maggioranza
Ip. 3“perché sono fatte così”

Falsificazione delle ipotesi

Ip. 1 "secondo me dipende dal sapone"

Abbiamo cercato nel web ricette per produrre soluzioni saponate diverse che sono state realizzate dai diversi gruppi. Poi abbiamo provato a fare nuovamente le bolle.

Ricetta 1

Ingredienti:
detersivo liquido per piatti –
acqua -glicerina

Procedimento: mescola una tazzina di detersivo per piatti con venti tazzine di acqua e una tazzina di glicerina
(*ricetta del prof. Zanetti dll'università di Trento*)

Ricetta II

Ingredienti:
polvere o scaglie di sapone
acqua distillata
zucchero o miele

Procedimento: mescola quattro tazze di acqua calda e tre cucchiai di polvere o scaglie di sapone. Lascia riposare per tre giorni e poi aggiungi un cucchiaio colmo di zucchero o di miele: mescola bene. (*A.Wilkes*)

Fonte: http://dm.unife.it/matematicainsieme/schiume/perc_fisica03.htm

Soluzioni saponate diverse producono bolle di forma sferica

Falsificazione delle ipotesi

Ip. 2 “è la forma che si usa che da la forma alle bolle”

Ogni gruppo ha lavorato alla realizzazione di telai di forma diversa.

Poi siamo tornati fuori a fare bolle osservando ciò che accadeva alle bolle.

Fonte: http://dm.unife.it/matematicainsieme/schiume/perc_fisica03.htm

A prescindere dalla forma del telaio le bolle erano sempre sferiche

Osservazione: alcuni alunni osservano che le bolle non "nascono" sferiche ma dopo un breve "periodo di incertezza" lo diventano e rimangono sferiche fino a che "muoiono".

Falsificazione delle ipotesi

Ip. 3"perché sono fatte così"

(questa non è un'ipotesi perché non falsificabile!)

Allora, per stimolare la formulazione di un'ipotesi, chiedo:
"ok! Sono fatte così. Ma perché?"

Nella falsificazione dell'ipotesi 2 gli alunni avevano notato che anche se le bolle non nascono sferiche lo diventano sempre e rimangono sferiche fino a quando non scoppiano.

Ragionando insieme l'Ip. 3 si è evoluta in "perché la forma sferica contiene meglio l'aria rispetto alle forme che hanno angoli [spigoli]"; allora chiedo: "in che senso "contiene meglio" l'aria? Le altre forme ne farebbero uscire un pò?"; alla fine mi hanno chiarito il concetto:

Ip. 3 bis "perché la forma sferica contiene più aria di altri tipi di forme"

A questo punto ho fatto notare che la quantità di aria da contenere era sempre quella di un soffio e abbiamo costruito insieme un'ipotesi simmetrica che introduce al concetto di isoperimetria in tre dimensioni

Ip. 3 bis simmetrica "a parità di aria che soffiamo nella bolla la forma sferica è la superficie minima in grado di contenerla"

Cerchiamo di capire perché partendo dalla geometria nel piano

FASE II : ora son problemi

Il problema di Galileo

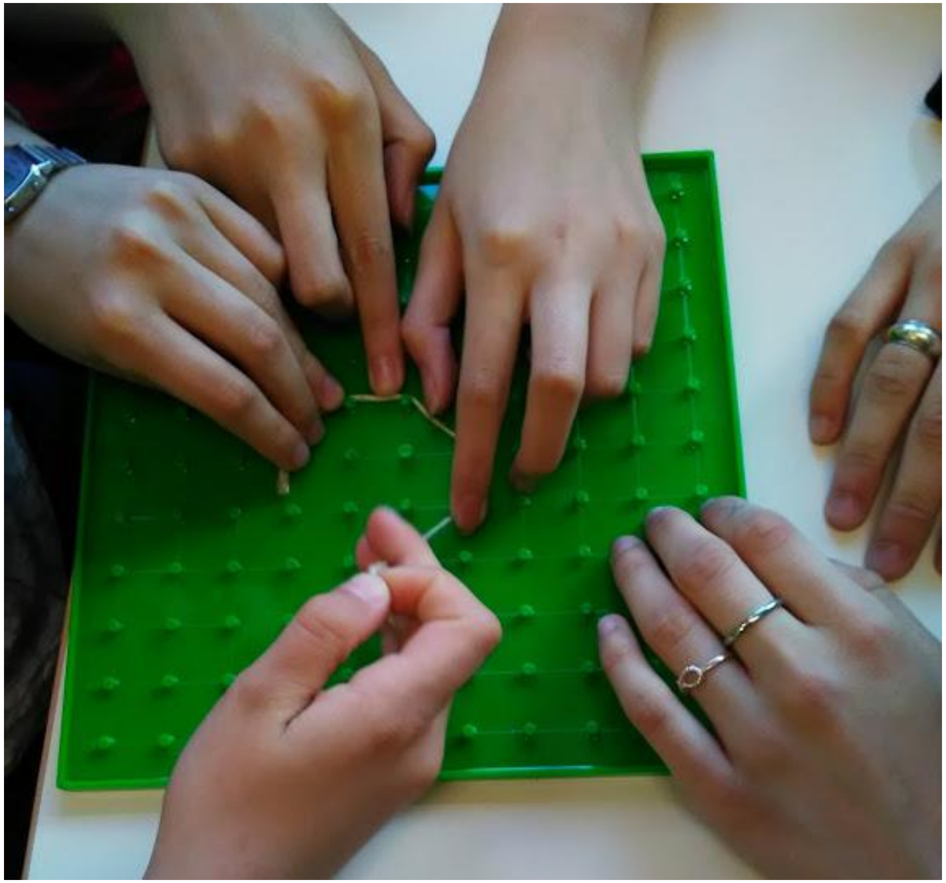
In un libro pubblicato nel 1638 (discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze), Galileo Galilei parla della confusione che molti fanno tra l'area e il perimetro di una figura.

> "*Quelli che non hanno nozioni di geometria, se devono determinare, come spesso accade, la grandezza di diverse città, intera cognizione gli par d'averne ogni volta che sanno la misura dei loro recinti, ignorando che può essere un recinto uguale a un altro ma la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza contenuta da quello*"

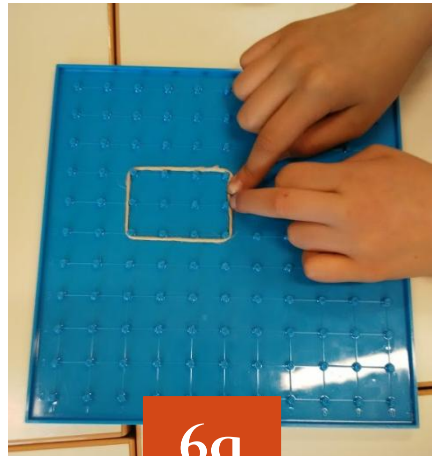
Dice insomma Galileo che due figure possono avere lo stesso perimetro ma diversa area

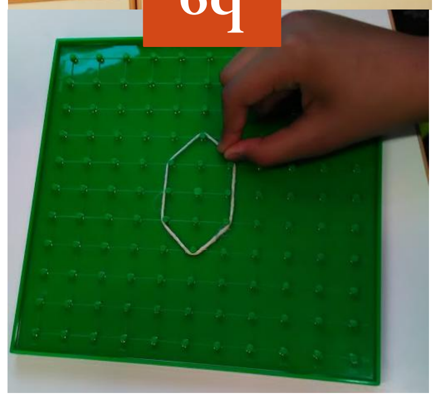
Sarà vero?

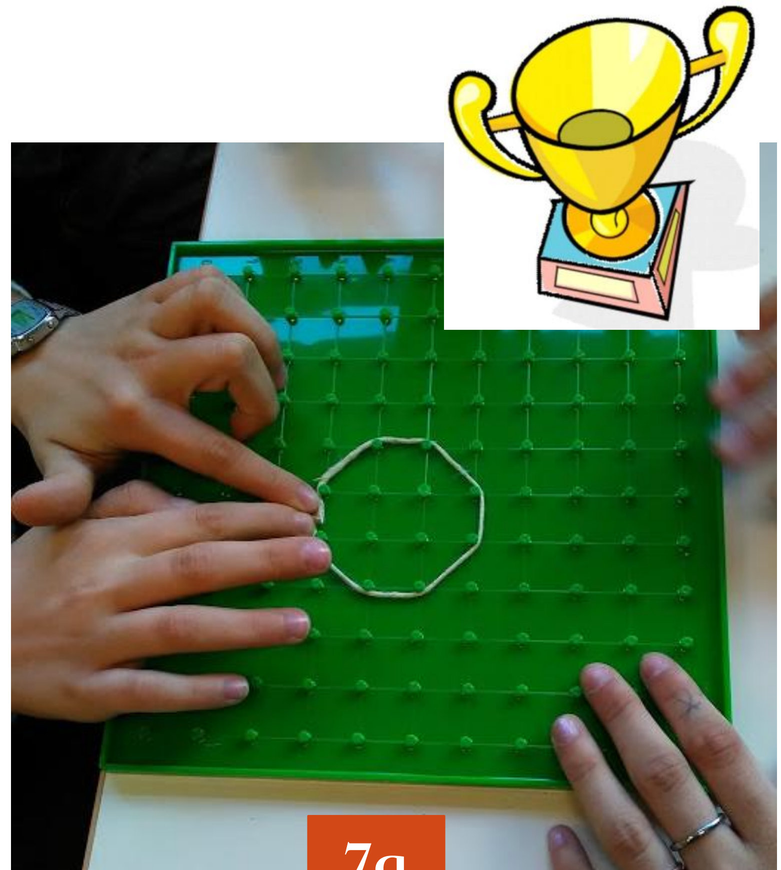
- Scopriamo se è possibile con l’aiuto di uno spago (perimetro fisso) e un geopiano



Gara a squadre: vince la squadra che trova la figura di area maggiore utilizzando un perimetro fisso







Vale anche il viceversa?

Ovvero due figure possono avere la stessa area ma diverso perimetro

La piazza

Si “gioca” con 36 tessere quadrate per costruire piazze di forma diversa ma utilizzando sempre tutte le tessere. Per ciascuna piazza chiedo di calcolare la lunghezza del recinto.

I ragazzi lavorano in gruppo e propongono piazze di diversa forma.

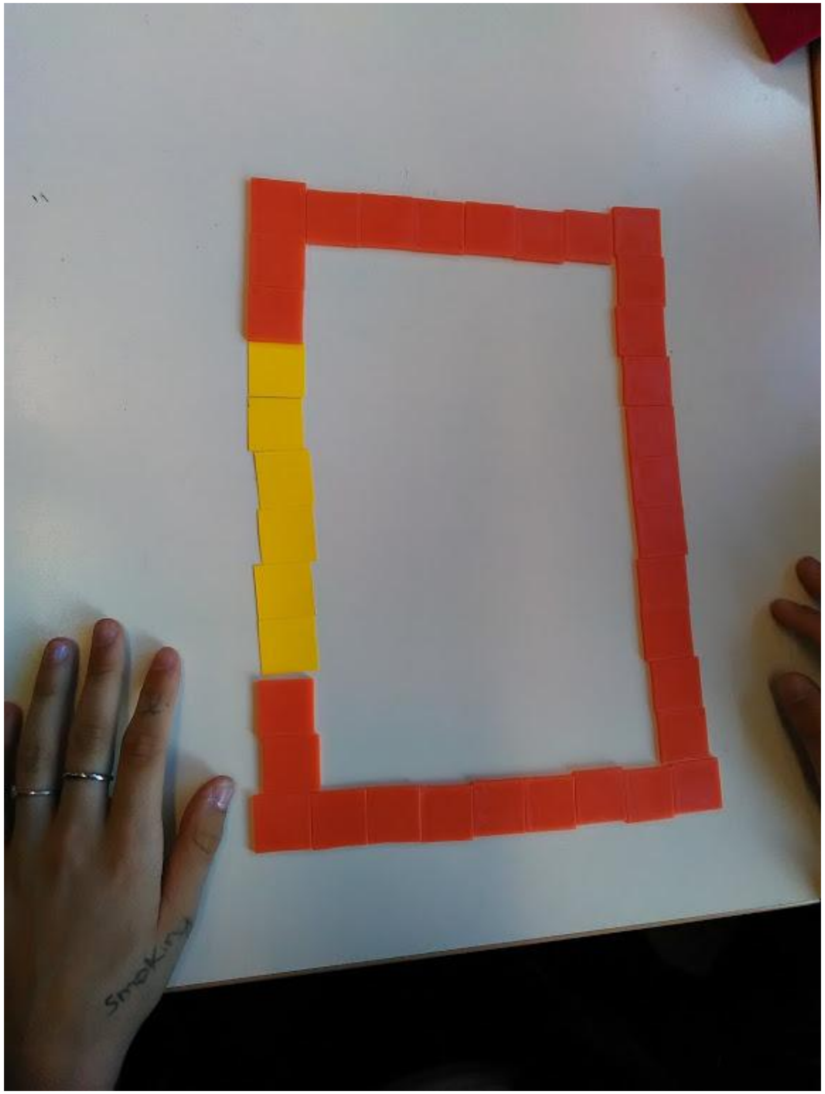
Poi chiedo:

“Le piazze hanno tutte la stessa forma?”

“Le piazze hanno tutte la stessa area?”

“Le piazze hanno tutte lo stesso perimetro?

Gara a squadre: vince la squadra che trova il quadrilatero che, a parità di area, ha il perimetro minimo



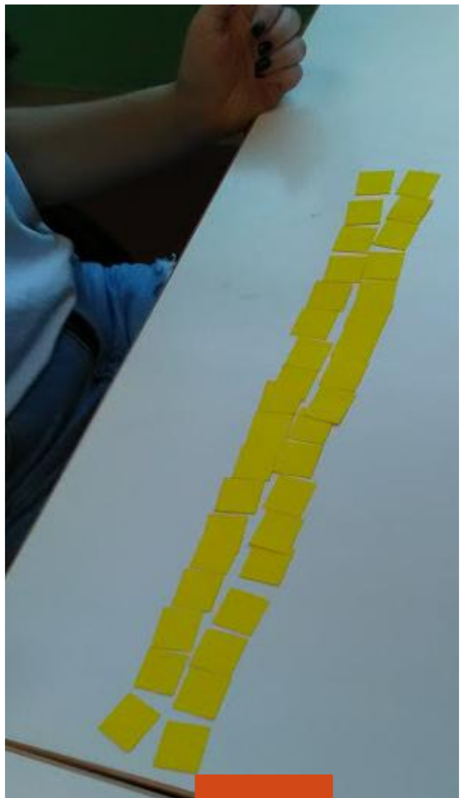
Inizialmente hanno incontrato qualche difficoltà legata al **concetto di area e perimetro** ma anche alla **comprensione del problema**.

Ho cercato di farli riflettere sul loro prodotto chiedendo loro: *in questa piazza dove stanno le persone? Se stanno al centro, le tessere cosa segnano?*

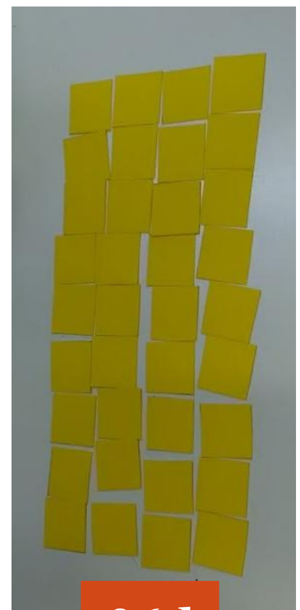
Pensate alle tessere come "mattonelle" che devono rivestire tutta la piazza. In questo modo avete rivestito solo il marciapiede tutto intorno alla piazza ma nel mezzo non c'è niente.

Pensiamo per assurdo che questa sia una piazza di una forma davvero strana, qual è la misura del suo perimetro? Si può ridurre questa misura?

74 l



40 l



26 l

24 l

Le transenne

Nella piazza, tra pochi giorni, ci sarà un concerto e dovrà essere transennata per regolare il flusso di persone. Immagina di essere un architetto e decidi che forma deve avere l'area, transennata su quattro lati, perché possa contenere il massimo numero di persone. Hai un budget di 5.368 Euro per l'acquisto di transenne.

TRANSENNA FERRO ZINCATO TRANSENNE
di ITALFROM

EUR 67,00 + EUR 8,00 di spedizione

Per l'intero acquisto!

Quanto è estesa l'area transennata più ampia che riesci ad ottenere? Che forma ha?

Proviamo a trovare la soluzione ottimale

Dopo alcune difficoltà iniziali legate alla comprensione del problema (in particolare alle spese di spedizione!), tutti i gruppi sono arrivati alla soluzione e hanno convenuto che disporre le transenne in forma di quadrato avrebbe permesso di contenere più persone spiegando che: "*lo stesso numero di transenne* (perimetro) *messe "a quadrato" permettono di transennare uno spazio maggiore* (area)".

Cosa abbiamo osservato?

Fissata l'area,
il quadrato ha perimetro minimo
(La piazza)

Fissato il perimetro,

il quadrato ha area massima
(Le transenne)

FASE III: isoperimetria sul piano

- **I proprietà: Isoperimetria e regolarità**

Tra tutti i quadrilateri dello **stesso perimetro (o isoperimetrici)** abbiamo visto che il quadrato è quello di area maggiore.

OPPURE

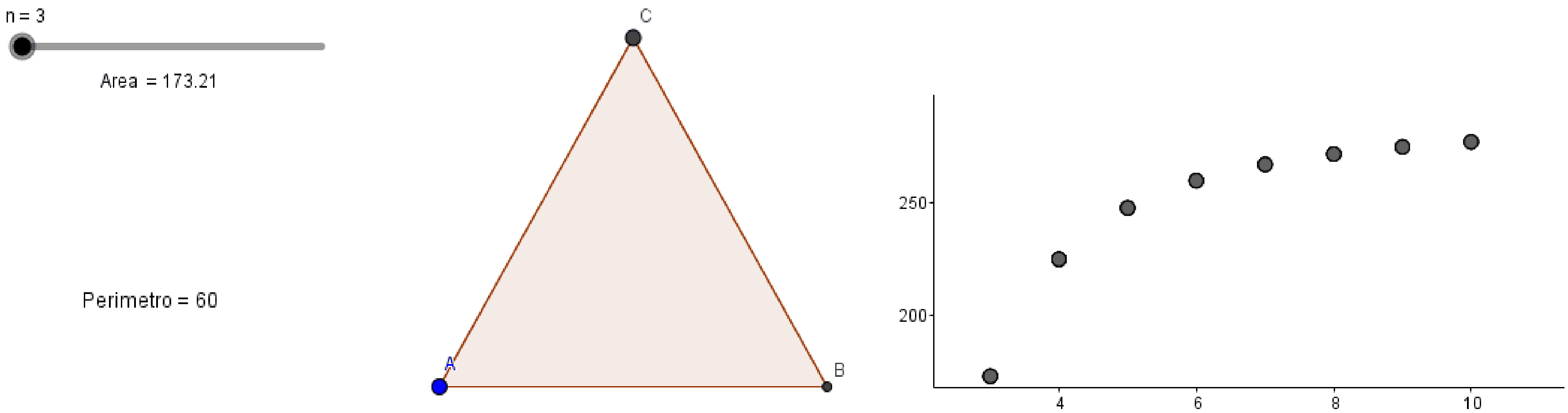
Tra tutti i quadrilateri della **stessa area (o equivalenti)** abbiamo visto che il quadrato è quello di perimetro minimo

E per i poligoni con un numero diverso di lati?

(CON L'AIUTO DI GEOGEBRA)

A parità di numero di lati, l'area del poligono aumenta con la regolarità

II proprietà: isoperimetria e numero lati del poligono



A parità di perimetro l'area del poligono aumenta col numero di lati

A questo punto ho chiesto:

"Come potrei riuscire ad aumentare ancora l'area della figura senza variare il suo perimetro?"

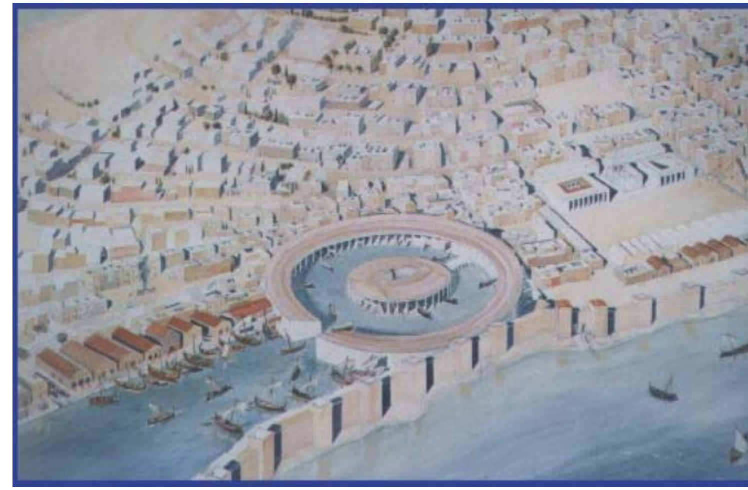
E ancora:

"Quanti lati avrà il poligono isoperimetrico di area massima?"

INFINITI!

Didone lo sapeva già…

Didone fu la mitica fondatrice della città di **Cartagine** (vicina all'attuale Tunisi), della quale si hanno notizie da alcuni storici romani e da Virgilio [Eneide libro I, versi 360-368].



"Devenere locos ubi nunc ingentia cernis
Moenia sergentemque novae Karthaginis arcem,
mercatique, solum, facti de nomine Byrsam,
taurino quantum possent circumdare tergo.
Sed vos qui tandem? quibus aut venistis ab oris
quove tenetis iter?"

Giunsero in questi luoghi, ov'or vedrai
sorger la gran cittade e l'alta rocca
della nuova Carthago, che dal fatto
Birsa nomassi, per l'astuta merce*
che, per fondarla, fer di tanto sito
quanto cerchiar di bue potesse un tergo.
(E. Giusti - Matematica in cucina – cap 8-Bollato Boringhieri)

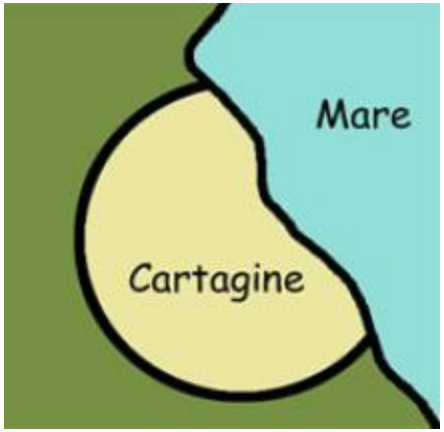
[* *Birsa = in greco pelle di bue ed in fenicio rocca*]

https://www.youtube.com/watch?v=-Qu_KMM5OWE

La principessa fenicia Didone fuggì con alcuni fedelissimi dalla città natale di Tiro dopo aver scoperto che il re Pigmalione (suo fratello) aveva assassinato suo marito Sicheo.

Dopo un lungo viaggio approdò sulle coste dell'Africa settentrionale. Qui contattò il re locale Iarba per l'acquisto di un appezzamento di terra su cui costruire una nuova città: egli, per tutta risposta, le diede una pelle di toro e le disse che poteva prendere tanto terreno quanto tale pelle potesse racchiuderne.

La tradizione tramanda che la principessa, senza perdersi d'animo, escogitò un astuto stratagemma per accaparrarsi un terreno quanto più vasto fosse possibile: ordinò che la pelle fosse tagliata in listarelle sottili, le quali fossero legate insieme ai capi per formare una lunga corda. Didone fece poi disporre la corda a forma di semicerchio in modo da racchiudere la maggior area possibile con un comodo sbocco sul mare.



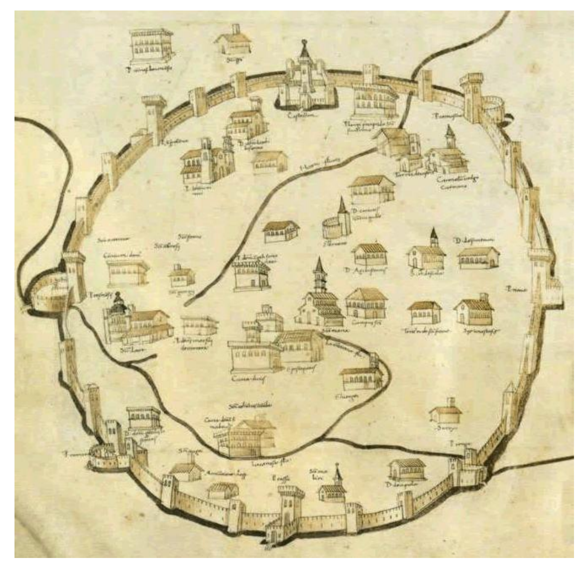
Didone conosceva, almeno in modo empirico, la proprietà isoperimetrica del cerchio:

"Fra tutte le figure piane aventi perimetro dato, il cerchio ha l'area maggiore"

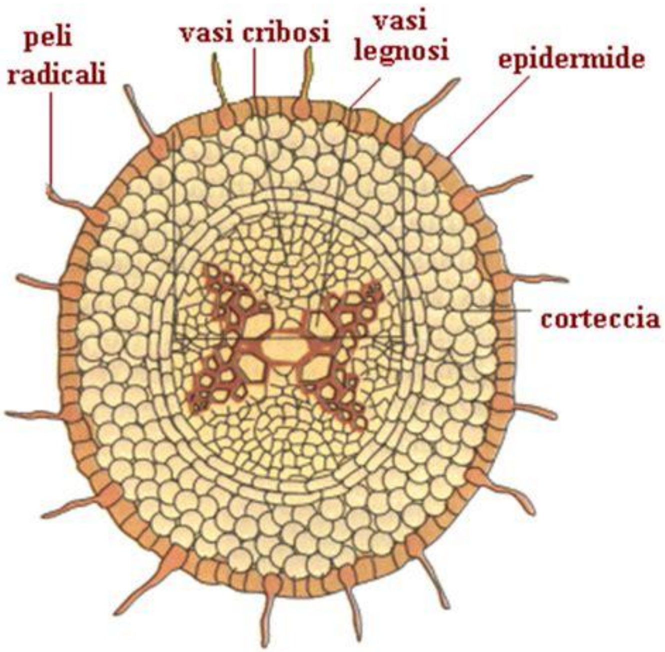
Curiosità: qualcuno ha calcolato che in questo modo si potrebbe verosimilmente comprendere un semicerchio equivalente per estensione a 15 campi di calcio.

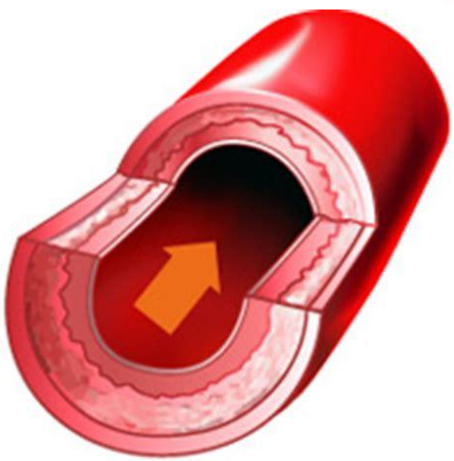
E ancora nel Medioevo…

La proprietà del cerchio di avere perimetro minimo a parità di area, è stata forse utilizzata nel Medioevo, sempre nella costruzione delle città. Non sono poche infatti le città, di quel periodo, che presentano forma circolare. La ragione era probabilmente, quella di risparmiare sulla lunghezza delle mura di cinta e, nello stesso tempo, di poter sorvegliare meglio gli attacchi dall’esterno.



Sai trovare altri esempi in cui questa proprietà del cerchio è utile?





Sai spiegarne il motivo?

FASE IV : salto nello spazio

Per investigare la proprietà isoperimetrica nello spazio costruiamo parallelepipedi dello stesso volume utilizzando cubi uguali ed andiamo a calcolarne la superficie.

Con 8 cubi si possono costruire 3 parallelepipedi con superficie diversa, rispettivamente con 32, 28 e 24 facce

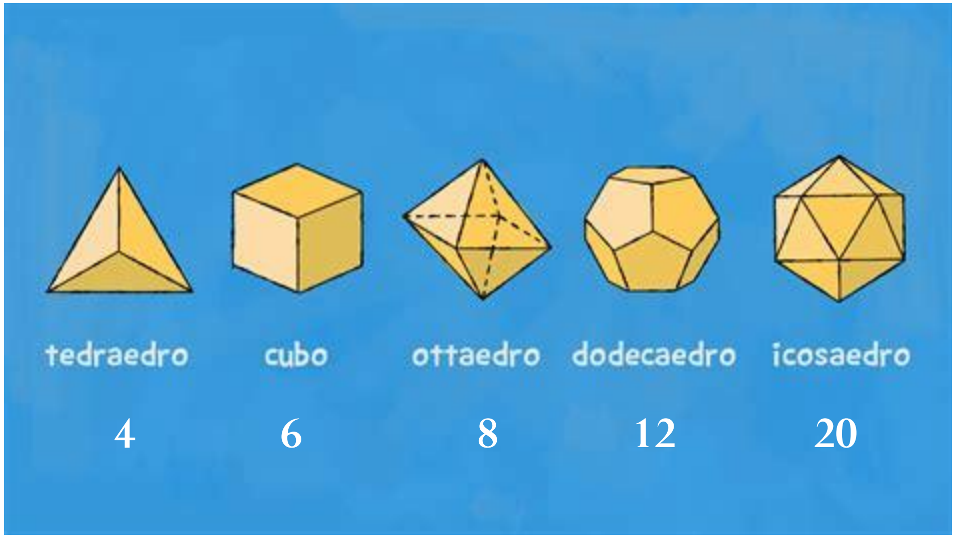
A parità di volume, tra i parallelepipedi il cubo ha superficie minima

Sappiamo che nei **poligoni**, a parità di **perimetro**, l'**area** aumenta col numero di **lati** e con la **regolarità**

ANALOGAMENTE

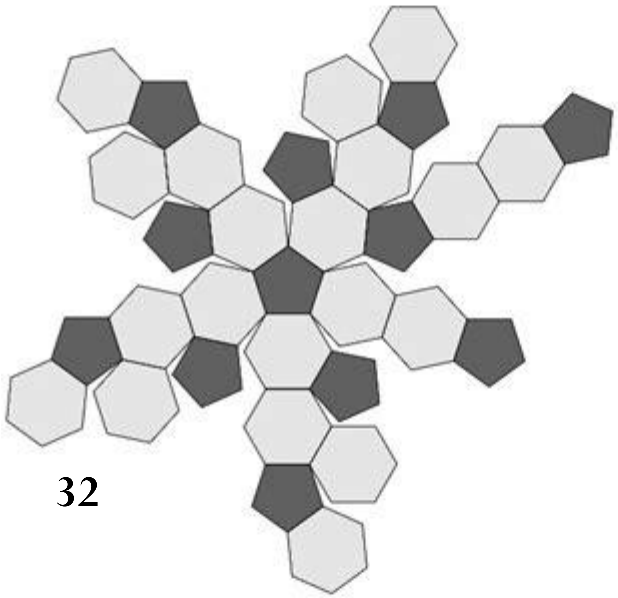
nei **poliedri**, a parità di **superficie**, il **volume** aumenta con l'aumentare del numero di **facce** e con la **regolarità**.

Ma quanti sono i poliedri regolari?



E dopo l'icosaedro?

Per ottenere poliedri isoperimetrici con volume maggiore possiamo aumentare il numero di facce (ma dobbiamo rinunciare alla regolarità!).

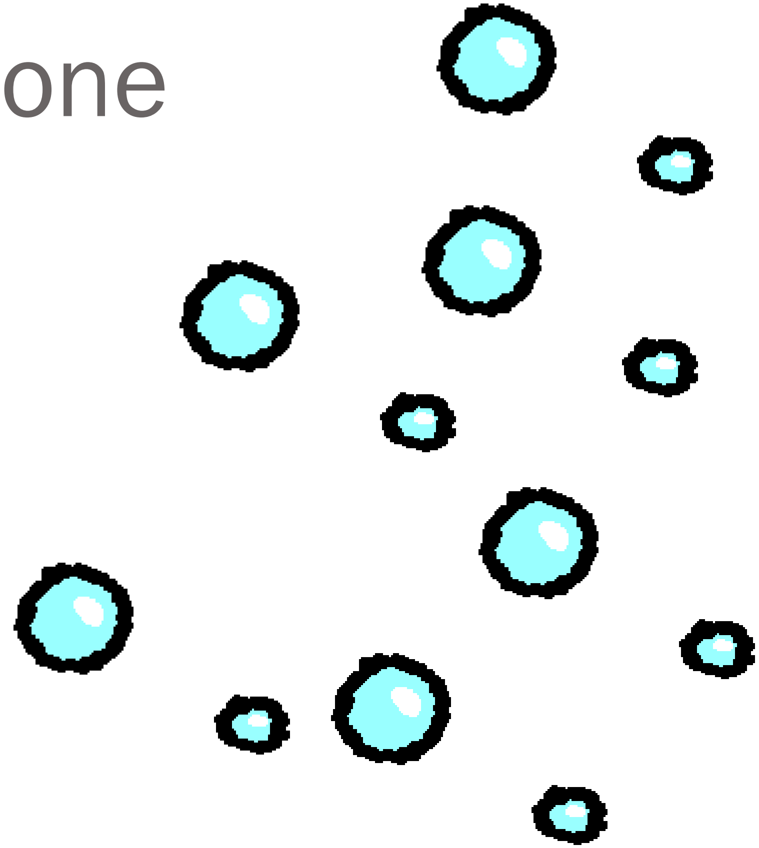


32

Osservazione: *man mano che il numero di facce aumenta il poliedro tende sempre di più ad assomigliare ad una sfera.*

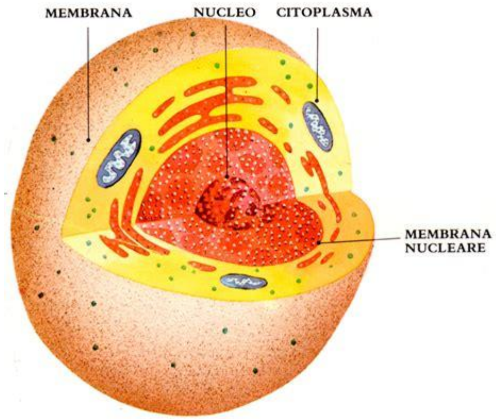
Ora torniamo alla domanda iniziale:

"Perché le bolle di sapone hanno forma sferica?"



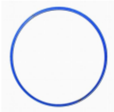
Ip. 3 bis simmetrica "a parità di aria che soffiamo nella bolla la forma sferica è la superficie minima in grado di contenerla"

"Sapresti trovare altri esempi in cui questa proprietà della sfera è utile?"



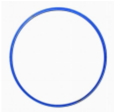
Sai spiegarne il motivo?

Riordiniamo le idee …



natura

- Vasi sanguigni
- Vasi linfatici
- Orbite
- Ossa
- Lombrico



tecnologia

- Tubi
- Ciotole
- Pentole
- Insaccati
- Cavi elettrici

natura

- Cellula
- Pesce palla
- Frutta
- Ciottoli
- Pianeti
- Atomi
- Orbitali
- Gocce
- Uova
- Occhio

tecnologia

- Bolle chewingum
- Palla
- Palloncini gonfiabili
- Penne a sfera

Alcune parole chiave usate

La forma sferica riesce meglio a:

- “racchiudere” (più spazio),
- “contenere” (una maggiore quantità),
- “ridurre” (il contatto con l’esterno),
- “mantenere” la distanza con il suo centro

Mettiti alla prova

I pesce palla, famiglia dei Tetraodontidae, per evitare di essere predati sono in grado di ingurgitare rapidamente grandi quantità di acqua o aria, diventando molto grandi e difficili da inghiottire anche per predatori di grosse dimensioni.

COME MAI, SECONDO TE, QUANDO GONFIANO PRENDONO LA FORMA DI UNA SFERA?

…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………

Le api costruiscono le celle dei loro alveari con un materiale prezioso che non deve andare sprecato: la cera.

TRA TUTTI I POLIGONI CHE POTREBBERO UTILIZZARE PER COPRIRE IL PIANO, (triangolo equilatero, rettangolo/quadrato, esagono) SPIEGA PERCHE' UTILIZZANO SOLO L'ESAGONO

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
………………………

SPIEGA COME MAI I TUBI HANNO FORMA CILINDRICA

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

DOMANDA 1

I pesce palla, famiglia dei Tetraodontidae, per evitare di essere predati sono in grado di ingurgitare rapidamente grandi quantità di acqua o aria, diventando molto grandi e difficili da inghiottire anche per predatori di grosse dimensioni.

COME MAI, SECONDO TE, QUANDO GONFIANO PRENDONO LA FORMA DI UNA SFERA?

I pesce palla hanno una forma sferica perché riescono a prendere la maggior quantità di aria o acqua ~~[illegible]~~.

① SECONDO NOI PERCHÉ IN QUESTO MODO SI PROTEGGE IN TUTTE LE PARTI DEL CORPO

② PERCHÉ ~~CO~~ ASSUMENDO LA FORMA ROTONDA SONO PIÙ DIFFICILI DA INGHIOTTIRE

PK LA PELLE, QUANDO ~~[illegible]~~ SI GONFIA NON AUMENTA E QUINDI LA SFERA È LA FIGURA CHE USANDO MENO MATERIALE HA AU VOLUME

CON LA STESSA LOGICA DELLE BOLLE DI SAPONE È LA FORMA PIÙ STABILE PER CONTENERE LIQUIDI O GAS

DOMANDA 2

Le api costruiscono le celle dei loro alveari con un materiale prezioso che non deve andare sprecato: la cera.

TRA TUTTI I POLIGONI CHE POTREBBERO UTILIZZARE PER COPRIRE IL PIANO, (triangolo equilatero, rettangolo/quadrato, esagono) SPIEGA PERCHE' UTILIZZANO SOLO L'ESAGONO

PK L'ESAGONO È L'UNICA
~~UNA~~ FIGURA CHE
TASSELLA TUTTO IL PIANO

PERCHÉ È IL POLIGONO
MIGLIORE PER RICOPRIRE TUTTO
LO SPAZIO DELL'ALVEARE PUR
AVENDO MOLTO SPAZIO NELLE
CELLE

le api usano l'esagono x formare
l'alveare perché è la figura con più
lati e che si avvicina maggiormente a
un cerchio

① SI INCASTRANO MEGLIO FRA DI
LORO
② ~~L'ESAGONO~~ SE FACESSERO
UN OTTAGONO SPRECHEREBBERO
PIÙ CERA PERCIÒ L'ESAGONO È LA
FIGURA PIÙ SPAZIOSA CHE SI
POSSA FARE

DOMANDA 3

SPIEGA COME MAI I TUBI HANNO FORMA CILINDRICA

PERCHÉ IL CILINDRO
A MAGGIORE ARIA E
COMUNQUE SI SPRECA
MENO MATERIALE

TUBI SI USA MENO PLASTICA E
CI PASSA PIÙ ACQUA

~~PERCHÉ~~ PERCHÉ IL CILINDRO
É LA FORMA CON PIÚ AREEA
DISPONIBILE PUR UTILIZZANDO
MENO PLASTICA

I tubi hanno forma cilindrica perché
visto che la plastica costa parecchio
il cilindro è la forma che si usa
meno materiale ma ha un area
maggiore e quindi contiene più sostanze

Risultati ottenuti

In base ai risultati ottenuti nelle verifiche e alle osservazioni sistematiche rilevate durante lo svolgimento del percorso sono emersi RISULTATI POSITIVI ma anche alcune DIFFICOLTA'

RISULTATI POSITIVI

- Il percorso è riuscito a coinvolgere tutti gli alunni e a farli lavorare insieme in modo cooperativo nonostante le differenze di età e classe di appartenenza
- Le attività laboratoriali hanno stimolato l'interesse e la curiosità degli alunni accendendo in loro la voglia di confrontarsi e suscitando domande che hanno guidato la discussione in classe
- Alcuni contenuti sono stati interiorizzati in modo piuttosto soddisfacente, in particolare il rapporto tra area e perimetro, il concetto di massimo e minimo e la loro ricaduta nella realtà
- Sono stati piuttosto bravi a individuare esempi dalla realtà la cui forma geometrica potesse essere legata al concetto di massimizzazione. E' stato molto interessante osservare che molti degli esempi derivavano dal curriculo di scienze svolto nel presente anno scolastico (i vasi conduttori delle piante per gli alunni di prima, i vasi sanguigni per quelli di seconda, cavi elettrici e tubi per quelli di terza)

DIFFICOLTA'

- Tutti i gruppi di lavoro hanno trovato grande difficoltà a spiegare i concetti sia in forma orale sia, e ancora di più, in quella scritta. Gli alunni non sono ancora in grado di formalizzare in maniera efficace i concetti acquisiti.
- Forte confusione tra la geometria del piano e quella dello spazio e, conseguentemente, usano in modo improprio il lessico corrispondente
- Difficoltà nell'organizzare il pensiero in modo razionale e descrivere fenomeni/osservazioni secondo uno schema di causa-effetto, prima-dopo ecc.

Valutazione dell’efficacia del percorso didattico sperimentato in ordine alle aspettative e alle motivazioni del gruppo di ricerca LLS

Alcuni aspetti metodologici del gruppo LLS che si sono dimostrati strategici per una didattica efficace:

- **Il riconoscimento del valore formativo della matematica:** insegnare a ragionare per spiegare o fare ipotesi su fenomeni che ci circondano ma anche imparare ad ascoltare e valutare le argomentazioni dei compagni così come spiegare le proprie posizioni e difenderle argomentando in modo corretto
- **L’approccio fenomenologico-induttivo attraverso una didattica laboratoriale basata sull’osservazione** che incuriosisce, motiva e stimola il confronto tra pari
- **L’importanza di acquisire un linguaggio specifico** per padroneggiare i concetti della matematica e riuscire a decodificarli correttamente. Da ciò deriva la necessità di lavorare maggiormente sulla formalizzazione dei concetti dando ampio spazio all’esposizione individuale, alla discussione collettiva e alla produzione condivisa
- **L’importanza del ruolo dei fattori affettivi nell’apprendimento della matematica:** esporre le proprie idee agli altri senza paura dell’errore , divertirsi facendo matematica ed emozionarsi nella ricerca di soluzioni inaspettate sono aspetti che si dimostrano molto efficaci nella interiorizzazione dei concetti