

REGIONE
TOSCANA



**Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto**

Rete Scuole LSS

a.s. 2017/2018

Istituto Comprensivo
F. Petrarca Montevarchi (AR)

Punti di s.....vista

Classi 3C, 3D scuola secondaria di
primo grado

A.S. 2017/2018

Introduzione al percorso

Questo percorso è nato dopo la partecipazione delle docenti ai laboratori "MATEMATICattiva", organizzati dall'Università di Siena, nel marzo del 2017.

Tutto il lavoro si è incentrato sulla scoperta della terza dimensione, attraverso una serie di attività pratiche che partono dalla tassellazione del piano. Da questo percorso si è sviluppata tutta la geometria solida del terzo anno della scuola secondaria di primo grado.

In particolare, in questa presentazione verranno presentate tre attività:

- 1) Tuttiattaccati: la tassellazione del piano con i poligoni regolari
- 2) Dalla 2^D alla 3^D: dall'angolo, al diedro, all'angoloide
- 3) I poliedri regolari: dall'angoloide al solido platonico

Obiettivi di apprendimento

- Descrivere e disegnare con gli strumenti opportuni una figura geometrica
- Giustificare le proprie osservazioni in modo adeguato
- Trovare relazioni e regolarità di fronte a situazioni ripetute
- Partendo da oggetti bidimensionali costruire oggetti tridimensionali
- Ipotesizzare soluzioni di fronte ad un problema e essere in grado di verificare tale ipotesi
- Analizzare più strategie risolutive
- Comunicare con un linguaggio specifico chiaro ed esauriente

Metodologia

Le attività sono state svolte con l'utilizzo di una *metodologia di tipo laboratoriale*:

Gli alunni, suddivisi in piccoli gruppi, secondo le modalità del *cooperative learning*, hanno ricevuto una scheda di lavoro che li ha guidati nella costruzione di modelli geometrici dalla cui osservazione hanno ricavato proprietà, relazioni e definizioni.

Per fare ciò, ogni alunno ha scritto una breve relazione, rielaborando quanto osservato durante l'attività pratica.

Infine nella discussione collegiale sono stati analizzati i risultati emersi singolarmente.

Da questa analisi sono state costruite in modo condiviso le nuove conoscenze. Ogni attività doveva essere documentata con cura nel quaderno.

Materiali utilizzati

- Cartoncino colorato
- Forbici
- Scotch
- Materiale di cancelleria
- Schede operative

Ambiente utilizzato

Tutte le esperienze sono state effettuate dalle singole classi all'interno delle proprie aule.

Tempo impiegato

- Progettazione nel gruppo LSS: 6 ore
- Progettazione specifica e dettagliata nelle classi e incontri con il gruppo: 10 ore
- Tempo necessario per lo sviluppo del percorso: durante il primo quadrimestre, per un totale di 15 ore di lavoro.
- Tempo per la documentazione: 10 ore

Descrizione del percorso

Questo percorso voleva aiutare i ragazzi a passare in modo naturale dalla geometria del piano a quella dello spazio. Per fare questo abbiamo cercato di legare i poligoni regolari che tassellano il piano con i solidi platonici. Il legame è stato l'**angoloide**. Gli alunni hanno provato a costruire i poliedri regolari provando a unire più angoloidei assieme.

Per poter affrontare in modo consapevole il nuovo percorso abbiamo iniziato la nostra attività con una fase di *bainstorming* che ci è servita per verificare il possesso di alcuni prerequisiti fondamentali quali:

- Concetto di tassellazione del piano
- Caratteristiche dei poligoni regolari
- Costruzione geometrica dei poligoni regolari

Il percorso ha preso il via da questa domanda:

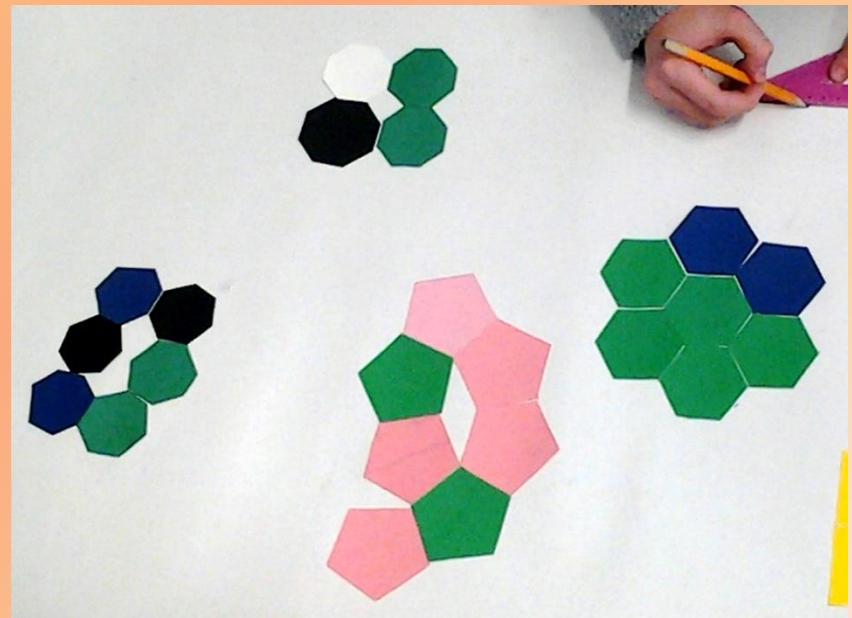
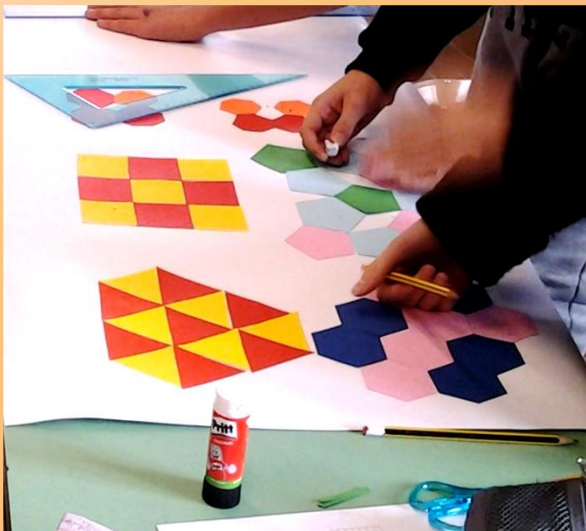
Tutti i poligoni regolari tassellano il piano?

Per poter rispondere a questa domanda gli alunni hanno costruito e ritagliato su cartoncino (anche grazie alla collaborazione con le docenti di tecnologia) dei poligoni regolari di lato assegnato come si può vedere dalla tabella a fianco.

Poligono regolare	Misura lato (cm)
Triangolo	6
Quadrato	5
Pentagono	4
Esagono	3
Ettagono	2
Ottagono	2

Attività 1: Tuttiattaccati

- Ogni gruppo nella prima attività pratica svolta in classe doveva provare a realizzare con ciascun tipo di poligono regolare una tassellazione del piano



Attività 1: Tuttiattaccati

TUTTIATTACCATI

Materiale occorrente: 30 Quadrati, 8 triangoli, 5 pentagoni, 5 esagoni, 2 ottagoni e 2 nonagoni in cartoncino

Tempi: 1 ora

Risultato finale: Realizzazione di un cartellone con tassellazioni tabella e osservazioni conclusive

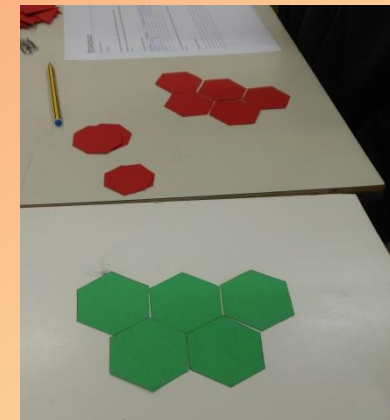
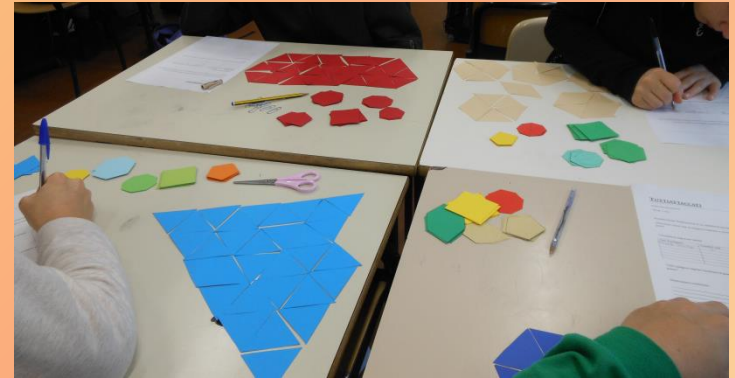
Utilizzando ciascun tipo di poligono regolare a vostra disposizione provate a realizzare delle tassellazioni del piano.

Compilate la seguente tabella

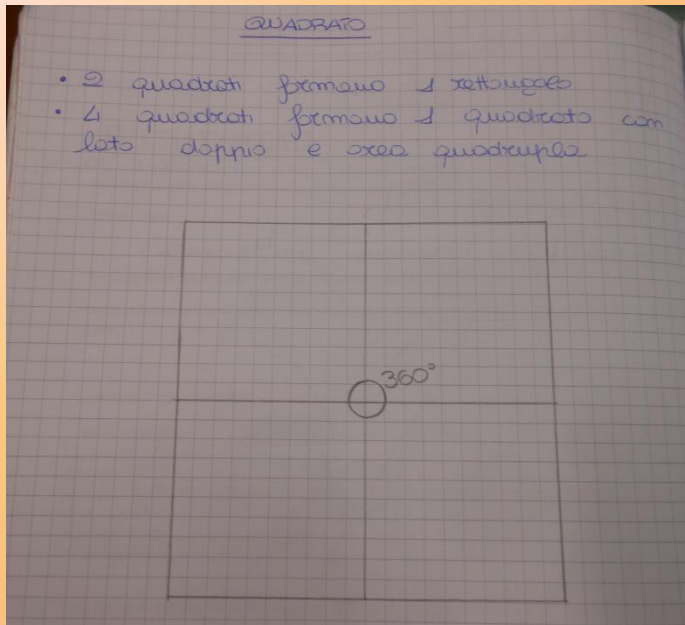
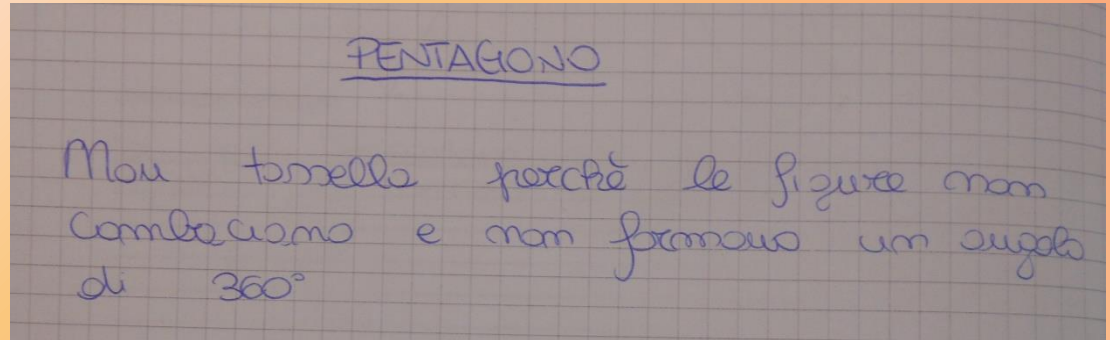
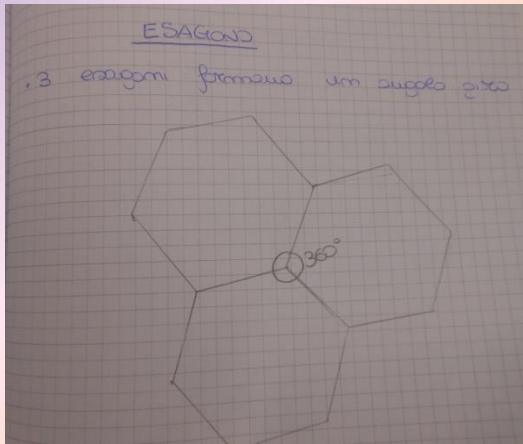
Tipo di poligono	Tassella? S/N	n° di figure per vertice	Altre osservazioni
Triangolo equilatero	Si	6	Si possono 5 triangoli
Quadrato	Si	4	4 quadrati per vertice
Pentagono	No	3	Non si può tassellare il piano con pentagoni
Esagono	Si	3	Si tassellano in gruppi di 3
Ottagono	No		Non si può tassellare il piano con ottagoni
Nonagono	No		Non si può tassellare il piano con nonagoni

Tutti i poligoni regolari tassellano il piano? Quali caratteristiche devono avere i poligoni per tassellare il piano?

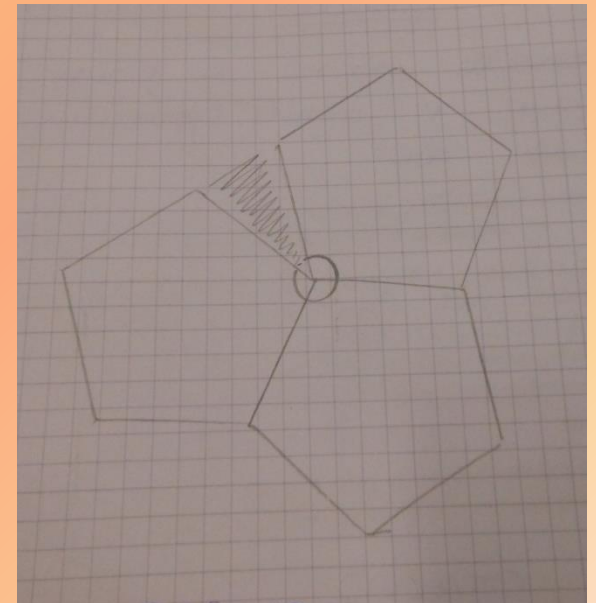
... piano di tassellazione di poligoni regolari



La scheda di lavoro

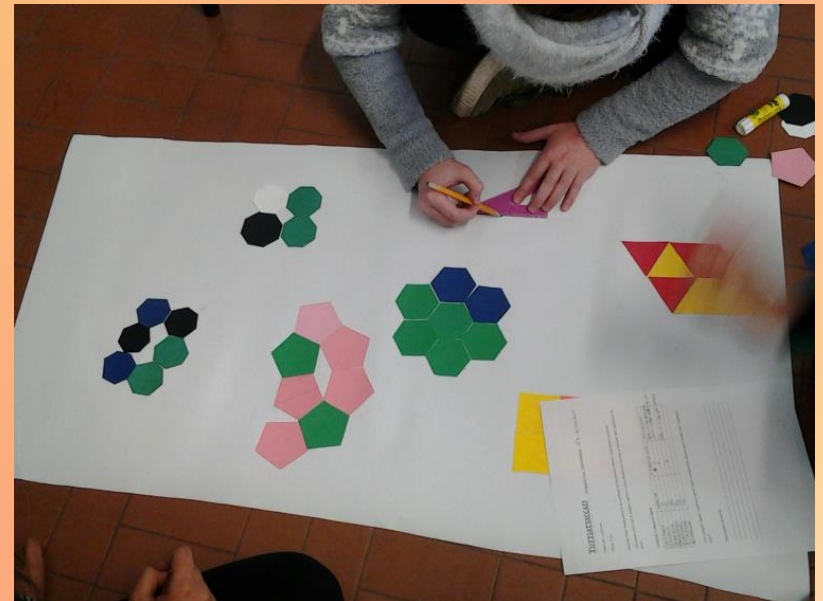


Già dalle osservazioni individuali risulta chiaro che per tassellare è necessario formare angoli di 360° .






Attività 1: Tuttiattaccati


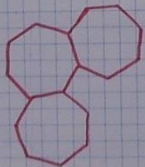
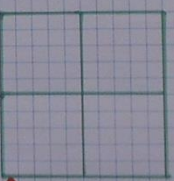
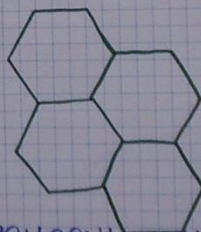
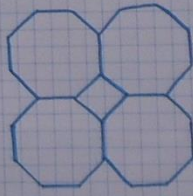
Ogni gruppo ha trovato con notevole facilità i poligoni regolari che tassellano il piano, ma questo risultato positivo verrà presto messo in discussione come vedremo nel proseguimento del percorso.



Attività 1: Tutti attaccati

TASSELLAZIONE DEL PIANO

FIGURA	SÌ/NO	N° DI FIGURE PER VERTICE	OSSERVAZIONI
	SÌ	6	SI FORMANO 5 ESAGONI CON 30 TRIANGOLI
	SÌ	4	4 QUADRATI NE FORMANO 1 PIÙ GRANDE
	NO	3 ma avanza spazio	IN 1 VERTICE LE FIGURE NON COMBACIANO
	SÌ	3	COMBACIANO PERFETTAMENTE E SI RIUNISCONO IN GRUPPI DI 3
	NO	2 ma avanza spazio	IN 1 VERTICE LE FIGURE NON COMBACIANO
	NO	2 ma avanza spazio	RIHANGONO SPAZI VUOTI A FORMA DI QUADRATO

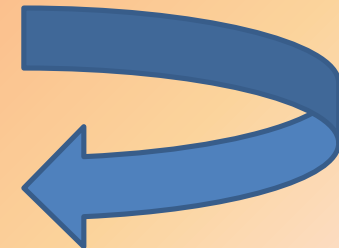







OSSERVAZIONI CONCLUSIVE:
 LA TASSELLAZIONE È POSSIBILE SOLO QUANDO I POLIGONI HANNO ANGOLI DIVISORI DI 360°.

Elena Ciampi, Elisabetta Gallotini, Antonio Fabbri, Francesco Mei.

La conclusione della classe: solo il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono tassellano il piano

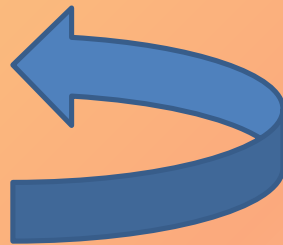
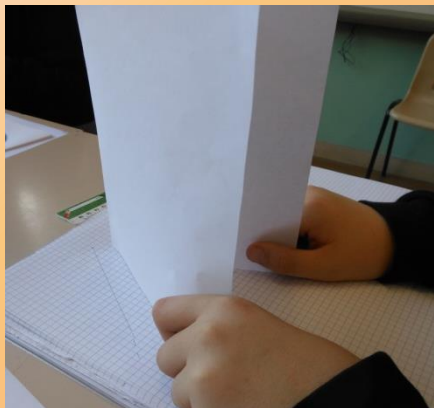
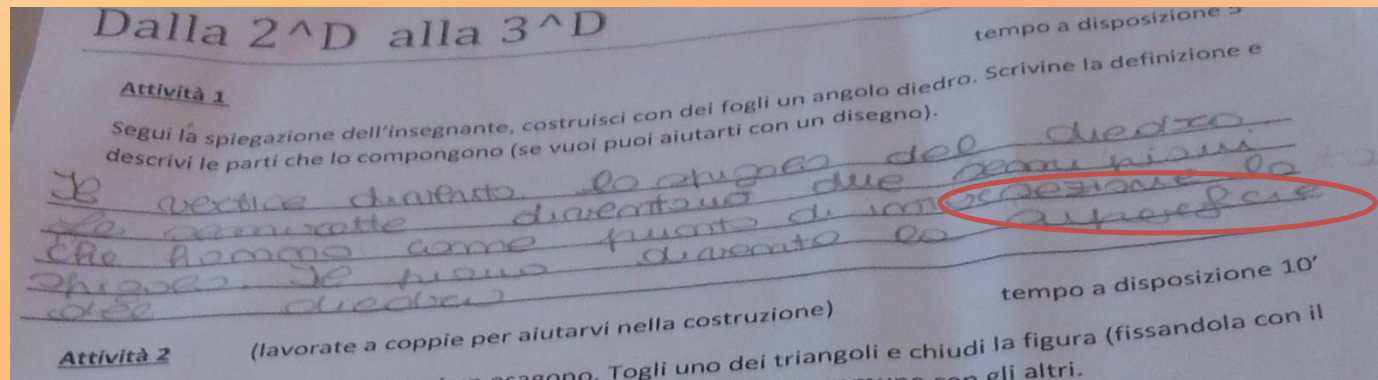
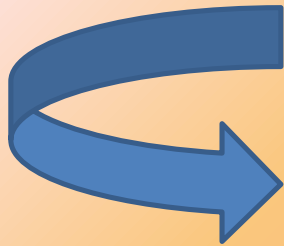
PERCHE'



Attività 2: dalla 2^a alla 3^aD

A questo punto per passare dal piano allo spazio abbiamo ripreso la definizione di angolo abbiamo chiesto:

“Cosa accade se “tiro su” un angolo? Cosa diventano i lati dell’angolo ed il vertice? E la parte di piano?”



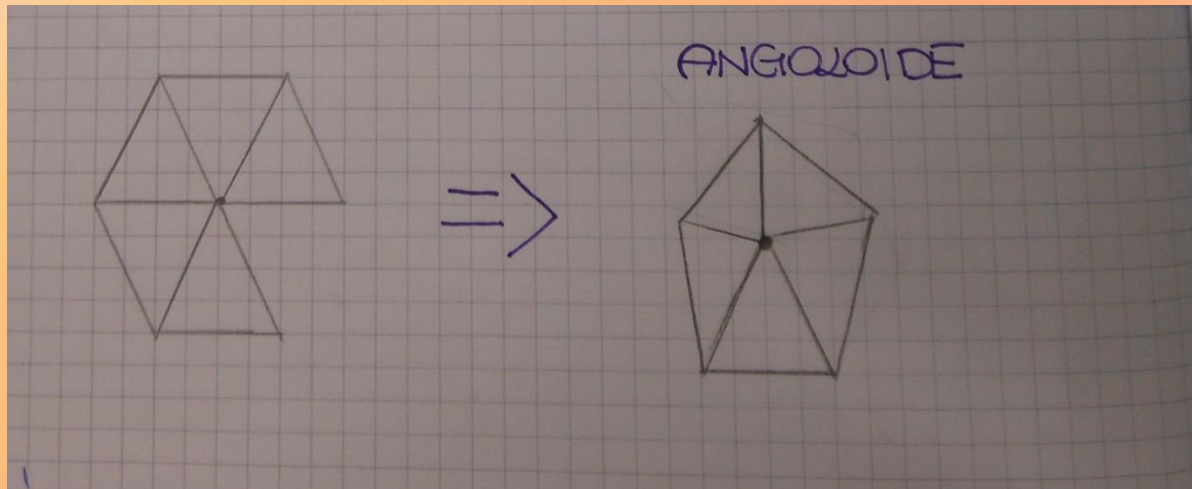
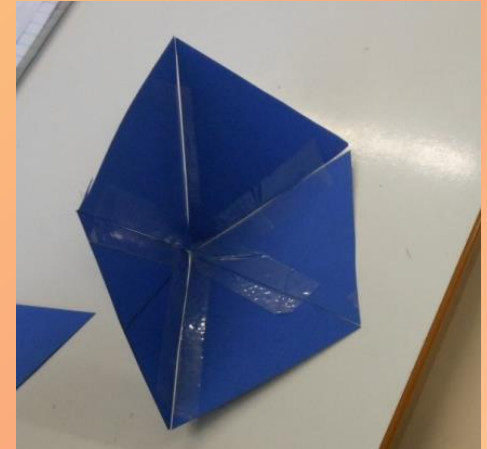
Costruzione del Diedro

Molti gruppi hanno capito, cosa diventano il vertice ed i lati dell’angolo, ma molti hanno avuto difficoltà a capire che un piano “genera” uno spazio. Per superare tale difficoltà con un foglio abbiamo costruito il diedro.

Attività 2: dalla 2^a alla 3^aD

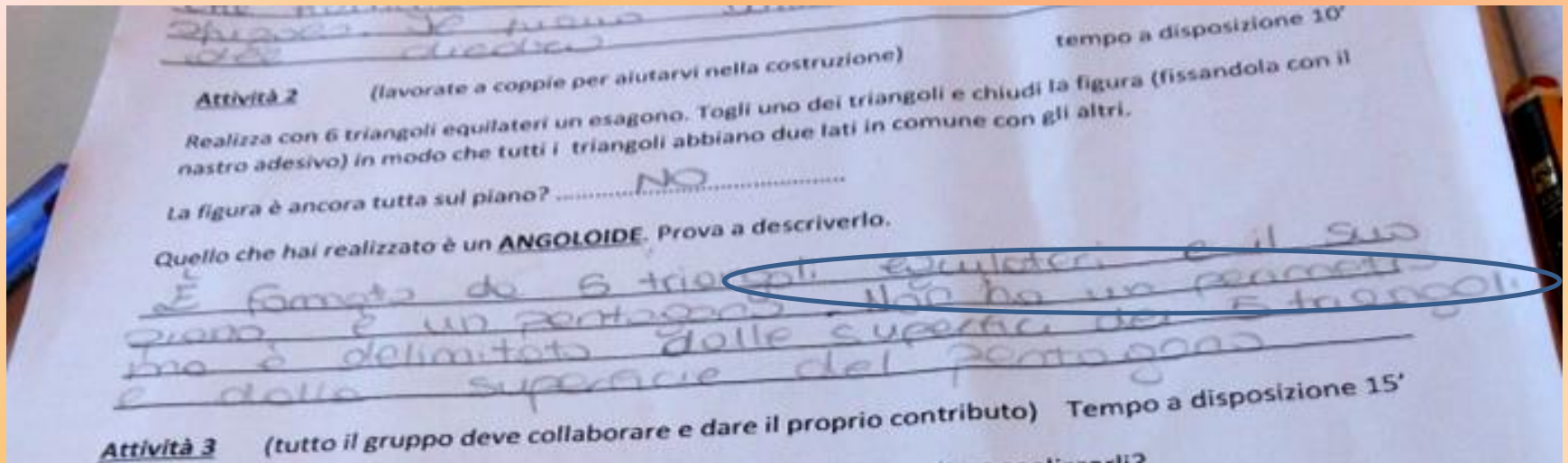
Costruzione dell'angoloide: dalla costruzione del diedro, siamo passati a quella dell'angoloide.

Realizza con 6 triangoli equilateri un esagono. Togli uno dei triangoli e chiudi la figura, in modo che tutti i triangoli abbiano un lato in comune



Attività 2: dalla 2^a alla 3^aD

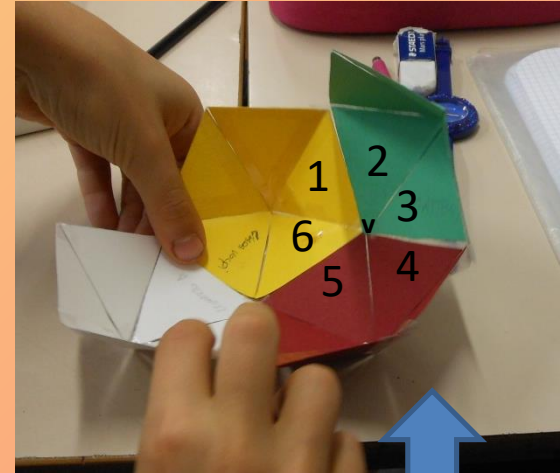
Altri errori nel passaggio da piano a tridimensionale:
l'angoloide non ha un perimetro.



Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari

La costruzione dei poliedri regolari: Icosaedro

Gli alunni **partendo dagli angoloidi** dovevano provare a chiudere la figura, formando un solido, ma nonostante il lavoro sulla tassellazione come primo risultato hanno sperimentato l'errore.....



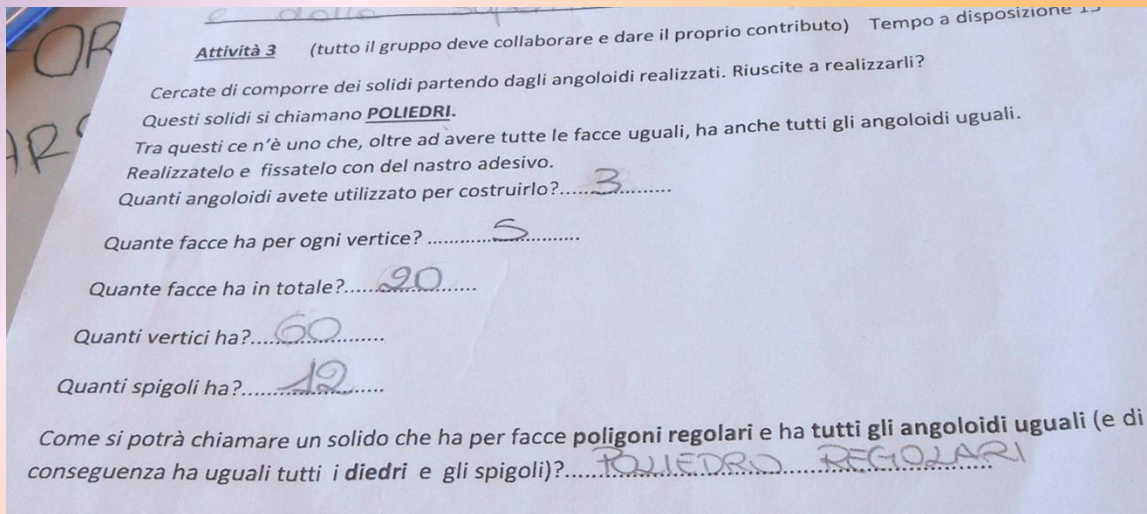
Attività 3

All'inizio avevamo usato 13 angoloidi per formare il poliedro regolare. Era sbagliato, perché 3 angoloidi convergono in un vertice, in quel vertice ci sono 6 triangoli che formano l'esagono e che quindi tassellano il piano!!!

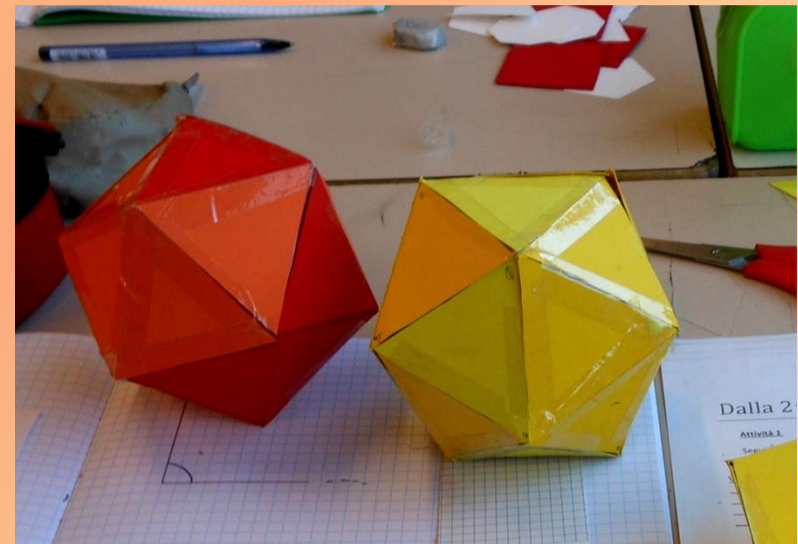
In questo modo gli angoloidi si deformavano. Per non deformarlo si deve partire da 2 angoloidi e aggiungere ai 2 altri triangoli equilateri ed infine chiudere la figura con 1 angolide.

Sei triangoli equilateri in un vertice tassellano il piano .

Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari



ICOSAEDRO: occorre unire due angoloidi e poi unire i triangoli equilateri per chiudere la figura.



Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari

OTTAEDRO

Come per l'icosaedro anche gli altri poliedri regolari sono stati costruiti **partendo dagli angoloidi** e dalla loro unione. Per ogni costruzione gli alunni dovevano riempire una scheda come questa in esempio.

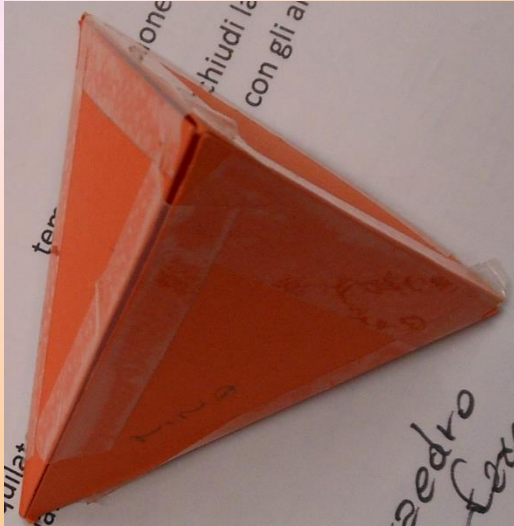
Sempre dalla tassellazione del paino con 6 triangoli equilateri questa volta toglie due e chiudi la figura (fissandola con il nastro adesivo) in modo che tutti i triangoli abbiano due lati in comune con gli altri.
Quante facce ha per ogni vertice?
Quante facce ha in totale?.....
Quanti vertici ha?.....
Quanti spigoli ha?.....
Come si chiamerà questo solido?.....
Per te è sempre un poliedro regolare?.....

Tutti i gruppi di lavoro non hanno costruito subito l'ottaedro partendo da un angoloide con quattro triangoli equilateri, ma tutti i gruppi hanno poggiano l'angoloide sulla parte vuota quadrata, formando così una piramide. Nessun gruppo ha inizialmente unito due angoloidi.



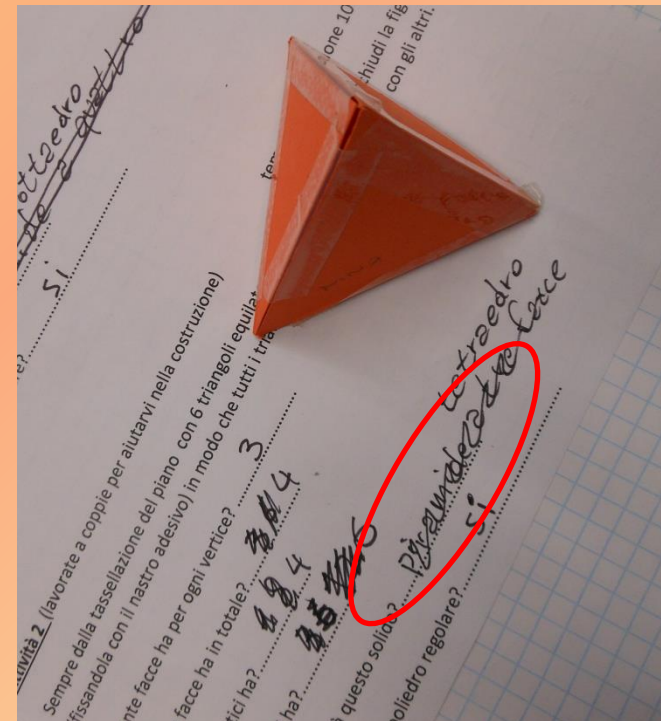
Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari

TETRAEDRO

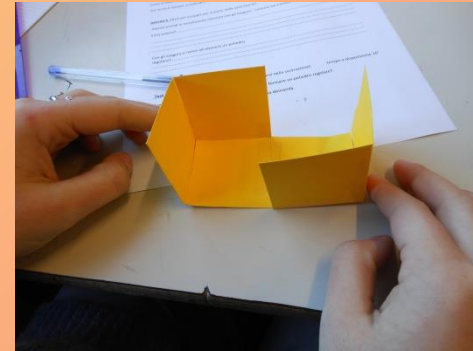
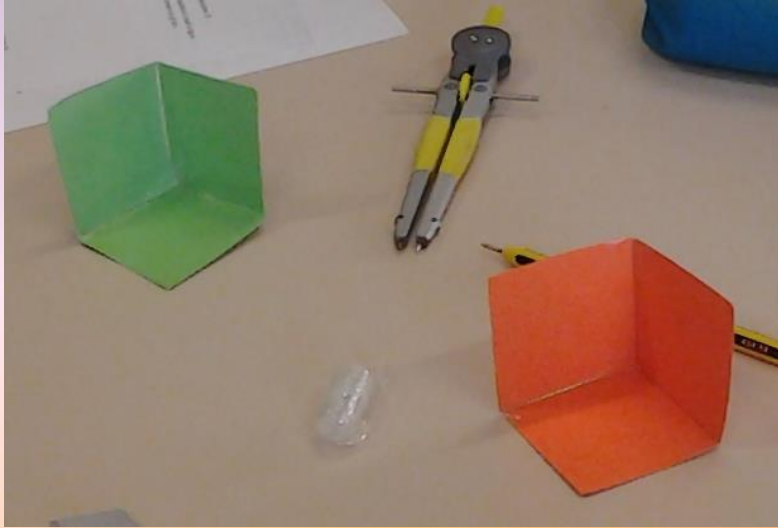


Per la costruzione del Tetraedro siamo partiti da l'angoloide formato dall'unione di tre triangoli equilateri.

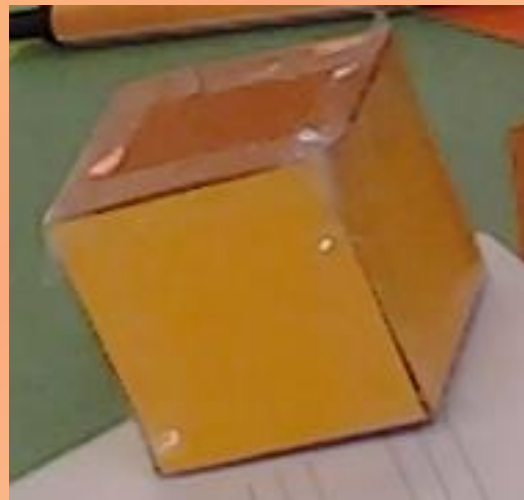
Anche in questo caso, di fronte ad un solido "a punta", molti alunni hanno scritto piramide.



Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari CUBO



Due angoloidi per formare il cubo



Attività 3: Tutti i poligoni regolari che tassellano formano poliedri regolari?

Attività 4 (lavorate a coppie per aiutarvi nella costruzione) tempo a disposizione 10'

Adesso prendi la tassellazione ottenuta con gli esagoni. Uniscine tre e prova a formare un angoloide.....

Cosa osservi? PRENDENDO 3 ESAGONI NON È POSSIBILE FORMARE
UN ANGOLOIDE POICHÉ LA FIGURA TENDE A SCHIACCIARSI

Con gli esagoni si riesce ad ottenere un poliedro regolare? NO, NON SI RIESCE.

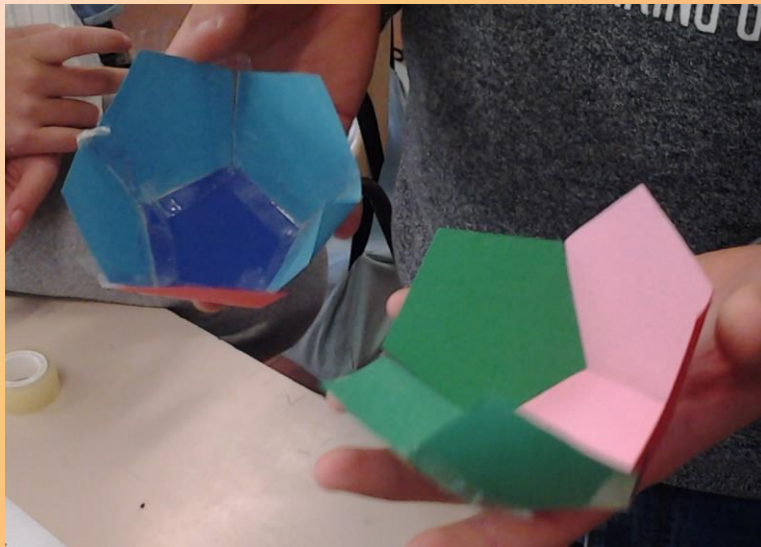


Attività 3: la costruzione dei Poliedri regolari

ICOSAEDRO

Test di verifica Attività 5 (lavorate a coppie per aiutarvi nella costruzione) temp
Il pentagono regolare non tassella il piano, ma potrà formare un poliedro regolare?
Scrivi la procedura che esegui per rispondere a questa domanda.

La verifica in itinere



Da poligono regolare che non tassella il piano si ottiene un poliedro regolare.

La relazione di Eulero

NOME	N° FACCE	N° VERTICI	N° SPIGOLI	N° FACCE X VERTICE
TETRAEDRO	4	4	6	3
CUBO	6	8	12	3
ESAEDRO	8	6	12	4
DODECAEDRO	12	20	30	3
ICOSAEDRO	20	12	30	5

FORMULA DI EULERO

$$F + V - 2 = S$$
$$S + 2 - F = V$$
$$S + 2 - V = F$$

I solidi platonici ci hanno permesso di osservare la relazione di Eulero. Con notevole facilità gli alunni hanno subito notato la regolarità dalla tabella riassuntiva dei poliedri regolari.

I Solido Platonici



Valutazione del percorso

La valutazione dell'efficacia delle attività proposte è stata fatta utilizzando sia l'osservazione sistematica durante lo svolgimento del lavoro sia attraverso prove di verifica.

Tipologie di verifiche

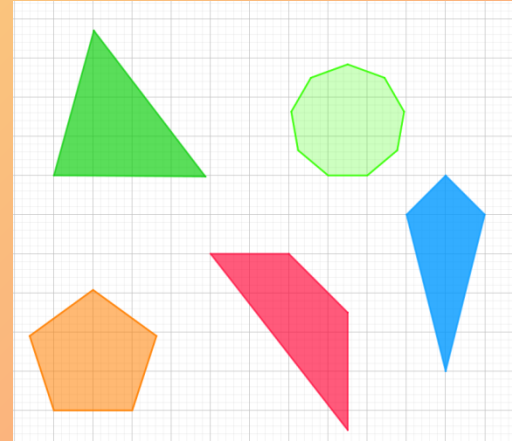
- Verifiche in itinere analizzando il lavoro fatto dagli alunni sul quaderno.
- Verifica finale strutturata.

Verifica

1) Calcola l'ampiezza degli angoli interni dei seguenti poligoni regolari:

- pentagono
- ettagono
- decagono

2) Osserva le seguenti figure e stabilisci se tassellano il piano spiegandone il motivo.

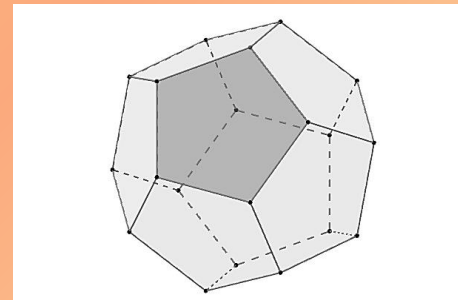


3) Scrivi la definizione di:

- Angolo diedro
- Angoloide
- Poliedro
- Poliedro regolare

4) Nel solido figura a fianco, colora di rosso due spigoli, di verde un vertice e di giallo una faccia.

Di che solido si tratta? _____



Verifica

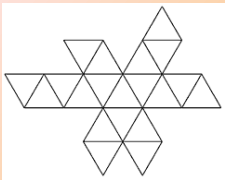
5) Rispondi:

Quanti sono i poliedri regolari?

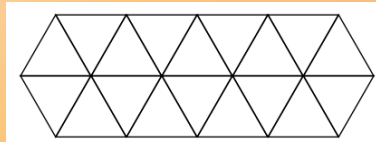
Scrivi i loro nomi e il numero di facce di ciascuno di essi.

Esiste una relazione che collega il numero di facce, quello dei vertici e quello degli spigoli in un poliedro? Se sì, scrivila.

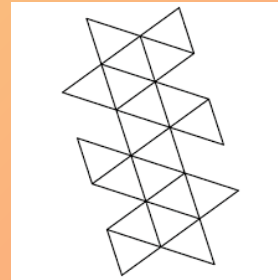
6) Sai riconoscere quali figure rappresentano lo sviluppo piano di poliedri regolari? Scrivi il nome del poliedro che formano e come hai fatto a riconoscerli. Spiega il tuo ragionamento



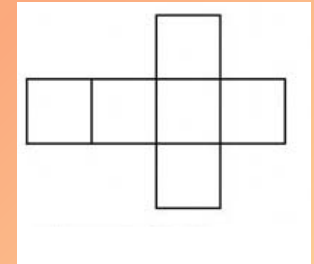
a) _____



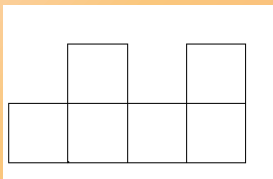
b) _____



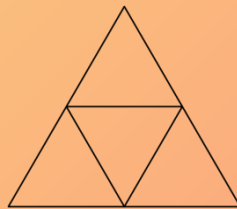
c) _____



d) _____



e) _____



f) _____

Risultati ottenuti

L'esperienza è stata sicuramente positiva. I ragazzi hanno partecipato con interesse e motivazione costanti; ciascuno ha cercato di apportare il proprio contributo.

Gli alunni hanno imparato a collaborare, grazie al lavoro in piccoli gruppi. Hanno imparato l'importanza dell'ascolto reciproco per la realizzazione di un progetto comune. La richiesta di scrivere le osservazioni ha dimostrato di essere fondamentale per fissare i nuovi concetti e per poterli trasformare in nuovi apprendimenti. Inoltre la tematica scelta in questo progetto è stata la base di tutto il percorso di geometria del terzo anno.

Valutazione LSS

Come ogni anno il confronto del gruppo di lavoro è stato costante e proficuo. Gli insegnanti si sono periodicamente incontrati sia in verticale, nei tre ordini di scuola, sia tra classi parallele. Lo scambio tra i docenti, durante tutto il percorso è stato fondamentale per coordinare le attività e arricchire costantemente il lavoro già in progetto.